Key Book

MATHEMATICS
Class 4

Syallabus

1st Term

Month - 1

Week - 1	Week - 2
Subject Orientation + Introduction and Reading of Unit 1	Activities and Exercise of Unit 1

Week - 3	Week - 4
Revision of Unit 1	Monthly Test

Month - 2

Week - 1	Week - 2
Introduction and Reading of Unit 2	Activities and Exercise of Unit 2

Week - 3	Week - 4
Revision of Unit 2	Monthly Test

Month - 3

Week - 1	Week - 2
Introduction and Reading of Unit 3	Activities and Exercise of Unit 3

Week - 3	Week - 4
Revision of Units 1 to 3	First Term Exams

2nd Term

Month - 4

Week - 1	Week - 2
Introduction and Reading of Unit 4	Activities and Exercise of Unit 4

Week - 3	Week - 4
Revision of Unit 4	Monthly Test

Month - 5

Week - 1	Week - 2
Introduction and Reading of Unit 5	Activities and Exercise of Unit 5

Week - 3	Week - 4
Revision of Unit 5	Monthly Test

Month - 6

Week - 1	Week - 2
Introduction and Reading of Unit 6	Activities and Exercise of Unit 6

Week - 3	Week - 4
Revision of Units 4 to 6	Second Term Exams

3rd Term

Month - 7

Week - 1	Week - 2
Introduction and Reading of Unit 7	Activities and Exercise of Unit 7

Week - 3	Week - 4
Revision of Unit 7	Monthly Test

Month - 8

Week - 1	Week - 2
Reading of Unit 8 + Exercise With all Activities	Reading of Unit 9 + Exercise With all Activities

Week - 3	Week - 4
Revision of Units 8 to 9	Monthly Test

Month - 9

Week - 1	Week - 2
Revision of Unit 1 to 4	Revision of Unit 5 to 9

Week - 3	Week - 4
Revision of Units 1 to 9	Final Exams

Contents

Bigger Numbers

بڑے اعـداد

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- read and write big numbers in international and Pakistani style.
- convert a number in expanded form and vice versa.

What happens when we add 1 more to the biggest 6-digit number 999999?

جب ہم سب سے بڑے 6 ہندسی عدد 999999 میں 1 جمع کرتے ہیں تو کیا ہوتا ہے۔

	Lakhs	Thousands		Hundreds	Tens	Ones
	H.TH	T.TH	TH	H	T	O
	①	①	①	①	①	
	9	9	9	9	9	9
+						1
1	0	0	0	0	0	0

Now it has become 7-digit number. So, we make another house (period) for it. and put '1' in the house of ten lakhs or one million.

اب یہ 7 ہندسی عدد بن گیا ہے۔ تو ہم اس کے لیے ایک اور خانہ بڑھاتے ہیں اور 1 کو دس لاکھ یا ایک ملین کے خانے میں رکھ دیتے ہیں۔

Lakhs		Thousands		Hundreds	Tens	Ones
M	H-Th	T.TH	TH	H	T	O
1	0	0	0	0	0	0

$$9,99,999 \ + \ 1 \ = \ 10,00,000$$
One Million   or   Ten Lakh

Example 1 Place these 7-digit numbers in periods and write in words both in Pakistani and International way.

ان 7 ہندسی اعداد کو وقفوں میں لکھیں اور پاکستانی اور انٹرنیشنل طریقے سے لفظوں میں لکھیں۔

a.   1461089 =   14,61,089

Pakistani   =   Fourteen lakh, sixty one thousand and eighty nine

1461089 =   1,461,089

International =   One million, four hundred and sixty one thousand and eighty nine

b.   2202020 =   22,02,020

Pakistani   =   Twenty two lakh, two thousand and twenty.

2202020 =   2,202,020

International =   Two million, two hundred and two thousand and twenty

Example 2   Write these numbers placing your commas correctly:

<div dir="rtl">ان اعداد کو درست کومے لگا کر لکھیں۔</div>

a.   Thirty nine lakh, forty thousand and twenty =   39,40,020

b.   Ninety nine lakh, ninety nine thousand   =   99,99,999
nine hundred and ninety nine

e.   Seven million, one hundred and twenty   =   7,123,456
three thousand, four hundred and fifty six

One Crore or Ten Millions

<div dir="rtl">ایک کروڑ یا دس ملین</div>

Here is a number 21345678. We can write it in two different ways:

<div dir="rtl">21345678 ایک عدد ہے۔ ہم اسے دو مختلف طرح سے لکھ سکتے ہیں۔</div>

1.   Pakistani place value chart.   پاکستانی مقامی قیمت کا چارٹ

Crore	Lakhs		Thousands		Hundreds	Tens	Ones
C	T.L	L	T.TH	TH	H	T	O
1	2	3	4	5	6	7	8

2.   International place value chart.   انٹرنیشنل مقامی قیمت کا چارٹ

Millions		Thousands			Hundreds	Tens	Ones
T.M	M	H.TH	T.TH	TH	H	T	O
1	2	3	4	5	6	7	8

T.M stands for "ten million".   T.M سے مراد دس ملین ہے۔

Remember:

In International style comma " , " is placed after every 3rd digit from right to left.

<div dir="rtl">انٹرنیشنل طریقے میں کوما '،' دائیں سے بائیں ہر تیسرے ہندسے کے بعد لگایا جاتا ہے۔</div>

(1) Place these 8-digit numbers in periods

اِن 8 ہندسی اعداد کو وقفوں میں لکھیں۔

		Pakistani Style	International style
a.	24637932	2,46,37,932	24,637,932
b.	84378811	8,43,78,811	84,378,811
c.	20202020	2,02,02,020	20,202,020
d.	32400865	3,24,00,865	32,400,865

Example Write down the number names according to international style:

انٹرنیشنل طریقے سے اعداد کے نام لکھیں۔

a. 23,234,234 Twenty three million, two hundred and thirty four thousand, two hundred and thirty four

b. 11,100,001 Eleven million, one hundred thousand and one

c. 20,303,404 Twenty million, three hundred and three thousand, four hundred and four

Expanded Form توسیعی شکل

We can split a number into sum of place values. For example

توسیعی شکل کے مجموعے کی صورت میں ہم کسی عدد کو اس کی مقامی قیمتوں میں علیحدہ کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

$$3456 \quad = \quad 3000 + 400 + 50 + 6$$

Example Write the given numbers in expanded form:

دیے گئے اعداد کو توسیعی شکل میں لکھیں۔

a. 346278 = 300,000 + 40,000 + 6,000 + 200 + 70 + 8

b. 1450868 = 1000000 + 400,000 + 50,000 + 800 + 60 + 8

c. 324666 = 3,00,000 + 20,000 + 4,000 + 600 + 60 + 6

d. 35276707 = 30000000 + 5000000 + 2,00,000 + 70,000 + 6,000 + 700 + 7

② Write down these numbers in expanded from. ان اعداد کو توسیعی شکل میں لکھیں۔

a. 346278 = 300000 + 40000 + 6000 + 200 + 70 + 8

b. 467999 = 400000 + 60000 + 7000 + 900 + 90 + 9

c. 2400778 = 2000000 + 400000 + 0000 + 000 + 700 + 70 + 8

d. 31580980= 30000000+1000000+500000+80000+0000+900+80+0

Predecessor

Predecessor of a number is a number which comes just before the given number. For example, predecessor of 893,621 is 893,620 and predecessor of 380,900 is 380,899

پچھلا عدد

کسی عدد کا پچھلا عدد وہ ہوتا ہے جو دیے گئے عدد سے پہلے آتا ہے۔ مثال کے طور پر 893،621 سے پچھلا عدد 893،620 ہے اور 380،900 کا پچھلا عدد 380،899 ہے۔

Successor

Successor of a number is a number which comes just after the given number. For example, successor of 354,289 is 354,290 and successor of 530,999 is 531,000

اگلا عدد

کسی عدد سے اگلا عدد وہ ہوتا ہے جو دیے گئے عدد کے بعد آتا ہے۔ مثال کے طور پر 354,289 کا اگلا عدد 354,300 ہے اور 530,999 کا اگلا عدد 531،000 ہے۔

Ordering Numbers اعداد کو ترتیب دینا

Ascending Order ترتیب صعودی

In ascending order, we first write the smallest number. Then we write the number which is bigger than the number already written and so on.

ترتیب صعودی میں ہم سب سے چھوٹا عدد پہلے لکھتے ہیں۔ پھر اس لکھے ہوئے عدد سے بڑا عدد لکھتے ہیں اور آگے بڑھتے جاتے ہیں۔

| Example | Write down the given numbers in ascending order:

دیے گئے اعداد کو ترتیب صعودی میں لکھیں۔

a. 346,587 , 285,569 , 887,766 , 285,667 , 345,598

In ascending Order:

285,569 , 285,667 , 345,598 , 346,587 , 887,766

1 Write down these numbers in ascending order:

a.   214,779 ,   124,567 ,   368,298 ,   214,779 ,   214,667
   124,567 ,   **214,667** ,   **214,779** ,   **214,779** ,   **368,298**

b.   437,268 ,   436,289,   437,826 ,   437,888 ,   437,286
   436,289 ,   **437,268** ,   **437,286** ,   **437,826** ,   **437,888**

c.   423,213 ,   572,133,   172,361 ,   736,982 ,   637,298
   172,361 ,   **423,213** ,   **572,133** ,   **637,298** ,   **736,982**

Descending Order   ترتیب نزولی

In descending order we first write the biggest number, then we write the number which is smaller than the number already written and so on.

ترتیب نزولی میں ہم سب سے بڑا عدد پہلے لکھتے ہیں۔ پھر اس لکھے ہوئے عدد سے چھوٹا عدد لکھتے ہیں اور اسی طرح آگے بڑھتے جاتے ہیں۔

Example   Write down the given numbers in descending order:

دیے گئے اعداد کو ترتیب نزولی میں لکھیں۔

a.   463,728 ,   863,799 ,   568,733 ,   257,608 ,   300,809
In descending Order: ترتیب نزولی میں:
  863,799 ,   568,733 ,   463,728 ,   300,809 ,   257,608

1 Write down these numbers in descending order:

a.   356,738 ,   462,589 ,   637,398 ,   463,289 ,   354,328
   637,398 ,   **463,289** ,   **462,589** ,   **356,738** ,   **354,328**

b.   285,320 ,   285,326 ,   283,562 ,   286,627 ,   285,567
   286,627 ,   **285,567** ,   **285,326** ,   **285,320** ,   **283,562**

c.   625,424 ,   328,756 ,   483,868 ,   826,667 ,   576,992
   826667 ,   **625424** ,   **576992** ,   **483868** ,   **328756**

ASSESSMENT

1 Write down the numbers placing the commas correctly:

درست کومے لگاتے ہوئے اعداد لکھیں۔

a.	Ten thousand, one hundred and one	**10,101**
b.	Forty nine thousand one hundred and ninety four	**49,194**
c.	Three million, two hundred and nine	**3,000,209**
d.	Twenty million, six hundred and fifty thousand	**20,650,000**

2 Write down the number names in Pakistani way.

اعداد کو پاکستانی طریقے سے لفظوں میں لکھیں۔

a.	93,46,200	**Ninety three lakh, forty six thousand and two hundred**
b	16,00,000	**Sixteen lakh**
c.	2,23,03,030	**Two crore, twenty three lakh, three thousand and thirty**

3 Write down the numbers in words in International way.

اعداد کو انٹرنیشنل طریقے سے لفظوں میں لکھیں۔

a.	4,444,444	**Four million, four hundred fourty four thousand, four hundred and forty four**
b.	67,500,600	**Sxity seven million, five hundred thousand, six hundred**
c.	15,806,789	**Fifteen million, eight hundred six thousand, seven hundred and eighty nine**

4 Write down numbers placing commas correctly.

درست کومے لگاتے ہوئے اعداد لکھیں۔

a. Sixty four lakh and forty
   64,00,040

b Two crore , forty three lakh and thirty
   2,43,00,030

c. Eighty seven lakh three thousand and fifty
   87,03,050

d. One crore one lakh and one.
   1,01,00,001

5. Write down the given numbers placing commas correctly.

<div dir="rtl">کوما لگا کر اعداد لکھیں۔</div>

(i) Pakistani Way پاکستانی طریقہ   **(ii) International Way** انٹرنیشنل طریقہ

	Pakistani Way		International Way
a.	2567400 25,67,400	b	1300030 1,300,030
c.	4404404 44,04,404	d.	6837209 6,837,209
e.	12300000 1,23,00,000	f.	90000915 90,000,915
g.	40404067 4,04,04,067	h.	50950942 50,950,942

6. Write down in expanded form:

<div dir="rtl">توسیعی شکل میں لکھیں۔</div>

a. 536829   500000 + 30000 + 6000 + 800 + 20 + 9

b. 1308090   1000000 + 300000 + 00000 + 8000 + 000 + 90 + 0

c. 2250076   2000000 + 200000 + 50000 + 0000 + 000 + 70 + 6

d. 18360899   10000000+8000000+300000+60000+0000+800+90+9

7. Write down predecessor and successor of the given numbers:

<div dir="rtl">دیے گئے اعداد سے پچھلا اور اگلا عدد لکھیں۔</div>

	Predecessor	Number	Successor
a.	1,248,096	1,248,097	1,248,098
b.	46,368,098	46,368,099	46,368,100
c.	8,400,099	8,400,000	8,400,001
d.	1,398,998	1,398,999	1,399,000
e.	22,800,899	22,8,00,900	22,800,901

8. Write down the given numbers in:

<div dir="rtl">دیے گئے اعداد کو لکھیں۔</div>

i. ascending order ترتیب صعودی میں   **ii. descending order** ترتیب نزولی میں

a. 365,253   289,376   466,479   586,374

   289,376   365,253   466,479   586,374   586,374   466,479   365,253   289,376

b. 257,830   257,998   257,488   596,673

   257,488   257,830   257,998   596,673   596,673   257,998   257,830   257,488

c. 869,543   869,537   869,570   868,504

   868,504   869,537   869,543   869,570   869,570   869,543   869,537   868,504

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- attempt the multiplication of 3-digit numbers.
- attempt the division of 2 and 3 digit numbers.

Multiplication of Three Digits Numbers
تین ہندسی اعداد کی ضرب

1 Multiply the following.   درج ذیل کو ضرب دیں۔

a. 350 by 22

```
    350
x    22
───────
    700
  7000
───────
  7700
```

b. 250 by 18

```
    250
x    18
───────
  2000
  2500
───────
  4500
```

c. 291 by 11

```
    291
x    11
───────
    291
  2910
───────
  3201
```

d. 353 by 19

```
    353
x    19
───────
  3177
  3530
───────
  6707
```

e. 320 by 24

```
    320
x    24
───────
  1280
  6400
───────
  7680
```

f. 400 by 26

```
    400
x    26
───────
  2400
  8000
───────
 10400
```

g. 449 by 23

```
    449
x    23
───────
  1347
  8980
───────
 10327
```

h. 735 by 42

```
    735
x    42
───────
  1470
 29400
───────
 30870
```

i. 338 by 37

```
    338
x    37
───────
  2366
 10140
───────
 12506
```

j. 852 by 37

```
    8 5 2
  x   3 7
  5 9 6 4
2 5 5 6 0
3 1 5 2 4
```

k. 1407 by 63

```
    1 4 0 7
      x 6 3
    4 2 2 1
  8 4 4 2 0
  8 8 6 4 1
```

l. 1123 by 38

```
    1 1 2 3
      x 3 8
    8 9 8 4
  3 3 6 9 0
  4 2 6 7 4
```

② Find the product.

حاصل ضرب معلوم کریں۔

a.
```
    321
  x 111
    321
   3210
  32100
  35631
```

b.
```
    231
  x 123
    321
   3210
  32100
  35631
```

c.
```
    456
  x 325
    321
   3210
  32100
  35631
```

d.
```
    632
  x 183
    321
   3210
  32100
  35631
```

e.
```
     438
   x 273
    1314
   30660
   87600
  119574
```

f.
```
     743
   x 762
    1486
   44580
  520100
  566166
```

g.
```
     658
   x 323
    1974
   13160
  197400
  212534
```

h.
```
     854
   x 636
    5124
   25620
  512400
  543144
```

i.
```
     203
   x 437
    1421
    6090
   81200
   88711
```

j.
```
     832
   x 320
     000
   16640
  249600
  266240
```

k.
```
     416
   x 282
     832
   33280
   83200
  117312
```

l.
```
     326
   x 708
    2608
    0000
  228200
  230808
```

Word Problems عبارتی سوالات

1. If the cost of one book is 60 rupees then find the cost of 180 books?

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times\ 60 \\ \hline 000 \\ 10800 \\ \hline 10800 \end{array}$$

2. 48 boys can sit in a room. How many boys will sit in 358 such rooms?

$$\begin{array}{r} 358 \\ \times\ 48 \\ \hline 2864 \\ 14320 \\ \hline 17184 \end{array}$$

3. The price of one dog is 237 rupees. Find the price of 58 dogs?

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times\ 58 \\ \hline 1896 \\ 11850 \\ \hline 13746 \end{array}$$

4. The weight of a cow is 386 kg. Find the weight of 135 such cows?

$$\begin{array}{r} 386 \\ \times\ 135 \\ \hline 1930 \\ 11580 \\ 38600 \\ \hline 52110 \end{array}$$

Division تقسیم

1 Find the quotient and remainder. Check your answer.

حاصل قسمت اور باقی معلوم کریں۔ اپنے جواب کی پڑتال کریں۔

a.
$$4\overline{)47}\quad 11$$
$$\underline{44}$$
$$3$$

Quotient = 11
Remainder = 3

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times\ 4 \\ \hline 44 \\ +\ 3 \\ \hline 47 \end{array}$$

b.
$$6\overline{)53}\quad 8$$
$$\underline{48}$$
$$5$$

Quotient = 8
Remainder = 5

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times\ 6 \\ \hline 48 \\ +\ 5 \\ \hline 53 \end{array}$$

c.
$$5\overline{)26}\quad 5$$
$$\underline{25}$$
$$1$$

Quotient = 5
Remainder = 1

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 5 \\ \hline 25 \\ +\ 1 \\ \hline 26 \end{array}$$

d.

$$3 \overline{)18}$$
quotient 6, 18, 0

e.

$$4 \overline{)54}$$
quotient 13, 4, 14, 12, 2

f.

$$6 \overline{)58}$$
quotient 9, 54, 4

d. Quotient = 6, Remainder = 0

```
    6
  x 3
-----
   18
 +  0
-----
   18
```

e. Quotient = 13, Remainder = 4

```
   13
  x 4
-----
   52
 +  2
-----
   54
```

f. Quotient = 9, Remainder = 4

```
    9
  x 6
-----
   54
 +  4
-----
   58
```

② Divide and check.

<div dir="rtl">تقسیم کریں اور پڑتال کریں۔</div>

a.

```
      307
  2 ) 614
      6
     ---
      14
      14
     ---
       0
```

```
  307
  x 2
 ----
  614
```

b.

```
      106
  6 ) 636
      6
     ---
      36
      36
     ---
       0
```

```
  106
  x 6
 ----
  636
```

c.

```
      307
  3 ) 921
      9
     ---
      21
      21
     ---
       0
```

```
  307
  x 3
 ----
  921
```

d.

```
       84
  8 ) 675
      64
     ---
      35
      32
     ---
       3
```

```
   84
  x 8
 ----
  672
 +  3
 ----
  675
```

e.

```
       68
  5 ) 342
      30
     ---
      42
      40
     ---
       2
```

```
   84
  x 8
 ----
  672
 +  3
 ----
  675
```

f.

```
       42
  7 ) 300
      28
     ---
      20
      14
     ---
       6
```

```
   42
  x 7
 ----
  294
 +  6
 ----
  300
```

③ Solve the following.

<div dir="rtl">درج ذیل کو حل کریں۔</div>

a.

```
       317
  5 ) 1585
      15
     ----
        8
        5
     ----
       35
       35
     ----
        0
```

b.

```
       952
  3 ) 2856
      27
     ----
       15
       15
     ----
        6
        6
     ----
        0
```

c.

```
      1521
  2 ) 3042
      30
     ----
       42
        4
     ----
        2
        2
     ----
        0
```

d.
$$\begin{array}{r} 1212 \\ 4\overline{)4848} \\ \underline{4} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} 374 \\ 3\overline{)1122} \\ \underline{9} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 482 \\ 5\overline{)2410} \\ \underline{20} \\ 41 \\ \underline{40} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Word Problems   عبارتی سوالات

1. An ice-cream cup costs Rs. 27. How many cups can be bought for Rs. 162?

$$\begin{array}{r} 6 \\ 27\overline{)162} \\ \underline{162} \\ 0 \end{array}$$

6 Cups

2. 8 buses can carry 160 passengers. How many passenger can be seated in a bus?

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8\overline{)160} \\ \underline{160} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

20 Passengers

3. There are 126 trees in 9 rows. How many trees are there in each row?

$$\begin{array}{r} 14 \\ 9\overline{)126} \\ \underline{9} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

14 Trees

4. Rs. 980 are distributed among 28 persons. How many rupees will each person get?

$$\begin{array}{r} 35 \\ 28\overline{)980} \\ \underline{84} \\ 140 \\ \underline{140} \\ 0 \end{array}$$

35 Rupees

5. Aslam purchased 28 note books for Rs. 644. What is the purchased of each note book?

$$
\begin{array}{r}
23 \\
28\overline{)644} \\
\underline{560} \\
84 \\
\underline{84} \\
0
\end{array}
$$

23 Rupees

6. Saadia reads daily 18 pages of a book of 378 pages.
In how much days she will finish book?

$$
\begin{array}{r}
21 \\
18\overline{)378} \\
\underline{36} \\
18 \\
\underline{18} \\
0
\end{array}
$$

21 Days

Simplification

اختصار

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- apply DMAS rule to solve questions.
- solve problems using different brackets.

We know that how to add, subtract, multiply and divide, but we used only one mathematical operation at a time. Now we will learn how to solve the questions in which more than one mathematical operations are involved.

ہم جانتے ہیں کہ کیسے جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کیا جاتا ہے۔ مگر ہم ایک وقت میں صرف ایک حسابی عمل استعمال کرتے ہیں۔ اب ہم سیکھیں گے کہ ایسے سوال کو کیسے حل کرتے ہیں جس میں ایک سے زیادہ حسابی عوامل ہوں۔

Example

c. $7 - 9 + 8$

Solution:

Re arrange these because 9 cannot be subtracted from 7.

7 میں سے 9 تفریق نہیں ہو سکتا۔

It becomes

اسے دوبارہ ترتیب دیں۔

$$= 7 + 8 - 9$$
$$= 15 - 9 = 6$$

d. $3 - 12 + 15$

Solution:

Rearrange these.

ان کو دوبارہ ترتیب دیں۔

$$3 + 15 - 12$$
$$= 18 - 12$$
$$= 6$$

1 Solve these:

ان کو حل کریں۔

a. $9 + 3 + 11$

| 23 |

b. $6 + 7 - 5$

| $6 + 7 - 5$ |
| 8 |

c. $9 - 12 + 6$

| $9 + 6 - 12$ |
| 3 |

d. $8 - 15 + 20$

| $8 + 20 - 15$ |
| 13 |

e. $5 - 11 + 7$

| $5 + 7 - 11$ |
| 1 |

f. $25 - 15 + 10$

| $25 + 10 - 15$ |
| 20 |

There may be situations when multiplication is also involved with addition and subtraction, کبھی ایسی صورت احوال ہو سکتی ہے جب جمع اور تفریق کے ساتھ ضرب بھی شامل ہو۔

Like 3 + 4 x 2,   8 – 2 x 6 etc.

In such situations:

اِس طرح کی صورت احوال میں:

➡   First do multiplication   پہلے ضرب دیتے ہیں۔

➡   Secondly do addition.   دوسرا جمع کرتے ہیں۔

➡   Thirdly do subtraction.   تیسرا تفریق کرتے ہیں۔

Examples   Solve these: اِن کو حل کریں

a.   5 + 6 x 2

Solution:

First multiply   پہلے ضرب دیں

so,   5 + 6 x 2 =   5 + 12

Now add   اب جمع کریں

     5 + 12 = 17

Hence, 17 is the answer.   پس جواب 17 ہے۔

b.   8 – 3 x 2

Solution:

First multiply   پہلے ضرب دیں

so, 8 – 3 x 2   = 8 – 6

Now subtract   اب تفریق کریں

     8 – 6 = 2

Hence, 2 is the answer.   پس جواب 2 ہے۔

(1)   Solve these: اِن کو حل کریں

a. 12 + 10 x 5

     12 + 50 = 62

b. 30 – 8 x 3

     = 30 – 24 = 6

BODMAS Rule   BODMAS کا قانون

There may be situations when all four mathematical operations are involved in a problem. In such situations, we use BODMAS rule.

کبھی ایسی صورت احوال بھی ہو سکتی ہے جب تمام عوامل کسی ایک سوال میں موجود دہوں۔ اس طرح کی صورت احوال میں ہم BODMAS کا قانون استعمال کرتے ہیں۔

BODMAS stands for: BODMAS سے مراد ہے۔

B = Brackets   O = Of

D = Division   M = Multiplication

A = Addition   S = Subtraction

It means first solve 'Brackets', secondly solve the 'Division', thirdly solve 'Multiplication' then 'Addition' and lastly 'Subtraction'.

اس کا مطلب ہے پہلے بریکٹس حل کریں پھر تقسیم کریں، پھر ضرب دیں، پھر جمع کریں اور آخر میں تفریق کریں۔

Example 1   Solve these: $3 + 9 - 2 \times 8 \div 4$ ان کو حل کریں۔

Solution:

$3 + 9 - 2 \times 8 \div 4$	[Divide first $8 \div 4$]
$= 3 + 9 - 2 \times 2$	[Multiply 2×2]
$= 3 + 9 - 4$	[Add $3 + 9$]
$= 12 - 4$	[Subtract $12 - 4$]
$= 8$	

Example 2   Simplify: $32 \div 8 + 4 - 2 \times 3$ ان کو مختصر کریں۔

Solution:

$32 \div 8 + 4 - 2 \times 3$	[Step 1: Divide]
$= 4 + 4 - 2 \times 3$	[Step 2: Multiply]
$= 4 + 4 - 6$	[Step 3: Add]
$= 8 - 6$	[Step 4: Subtract]
$= 2$	

1 Simplify these: ان کو مختصر کریں۔

a. $18 \times 6 \div 2 - 24 + 10$
     $= 18 \times 3 - 24 + 10$
     $= 54 - 24 + 10$
     $= 64 - 24$
     $= 40$

b. $45 \div 5 + 7 \times 11 - 20$
     $= 9 + 7 \times 11 - 20$
     $= 9 + 77 - 20$
     $= 86 - 20$
     $= 66$

Brackets   بریکٹس

Brackets are also used in mathematical problems to change the priority.

حسابی سوالات میں ترجیحات کی تبدیلی کے لیے بریکٹس بھی استعمال ہوتی ہیں۔

There are three types of Brackets,

بریکٹس تین طرح کی ہوتی ہیں۔

i.   ( ) These brackets are called Parentheses.

یہ چھوٹی یا گول بریکٹس کہلاتی ہیں۔

ii.   { } These are called Braces   یہ درمیانی بریکٹس کہلاتی ہیں۔

iii.   [ ] These are called Square Brackets.   یہ بڑی بریکٹس کہلاتی ہیں۔

Mostly ( ) are the inner most brackets and are solved first, { } are solved at second place and [ ] are solved in last place. If we have a problem with mathematical operations and brackets, then according to BODMAS rule we first solve the brackets.

زیادہ تر سب سے اندر( ) ہوتی ہیں اور پہلے حل کی جاتی ہیں۔ دوسرے نمبر پر { } حل کی جاتی ہیں اور [ ] سب سے آخر میں حل کی جاتی ہیں۔
اگر کسی سوال میں حسابی عوامل اور بریکٹس دونوں ہوں تو ہم BODMAS کا قانون کے تحت پہلے بریکٹس حل کرتے ہیں۔

(1) Simplify the following.   درج ذیل کو مختصر کریں۔

a. $24 - [5 + \{8 - (9 - 6)\}]$
   $= 24 - [5 + \{8 - 3\}]$
   $= 24 - [5 + 5]$
   $= 24 - 10$
   $= 14$

b. $10 \div [3 + \{5 - (12 \div 4)\}]$
   $= 10 \div [3 + \{5 - 3\}]$
   $= 10 \div [3 + 2]$
   $= 10 \div 5$
   $= 2$

c. $4 + [15 - \{7 + (6 \div 2)\}]$
   $= 4 + [15 - \{7 + 3\}]$
   $= 4 + [15 - 10]$
   $= 4 + 5$
   $= 9$

d. $100 - \{80 \div (20 \times 2)\} + 3$
   $= 100 - \{80 \div 40\} + 3$
   $= 100 - 2 + 3$
   $= 103 - 2$
   $= 101$

A S S E S S M E N T

(1) Solve the following questions: درج ذیل سوالات کو حل کریں۔

a. $3 + 5 + 7$
   $= 15$

b. $2 + 9 + 6$
   $= 17$

c. $3 + 9 - 2$
   $= 12 - 2$
   $= 10$

d. $8 + 6 - 4$
   $= 14 - 4$
   $= 10$

e. $5 - 6 + 7$
$= 12 - 6$
$= 6$

f. $8 - 9 + 11$
$= 19 - 9$
$= 10$

g. $11 - 6 - 2$
$= 5 - 2$
$= 3$

h. $14 - 9 + 6$
$= 20 - 9$
$= 11$

i. $5 - 7 + 10$
$= 15 - 7$
$= 8$

j. $11 - 13 + 10$
$= 21 - 13$
$= 8$

2. Solve these: إِن کو حل کریں۔

a. $3 + 8 \times 5$
$= 3 + 40$
$= 43$

b. $6 \times 6 + 9$
$= 36 + 9$
$= 45$

c. $2 + 6 - 5$
$= 8 - 5$
$= 3$

d. $2 + 2 \times 2$
$= 2 + 4$
$= 6$

e. $6 \div 3 - 2 + 2$
$= 2 - 2 + 2$
$= 4 - 2$
$= 2$

f. $2 \times 2 + 2$
$= 4 + 2$
$= 6$

g. $4 - 4 \div 4$
$= 4 - 1$
$= 3$

h. $16 \div 4 \times 4$
$= 4 \times 4$
$= 16$

i. $12 \times 6 \div 2$
$= 12 \times 3$
$= 36$

j. $15 \times 3 + 6 \div 2$
$= 15 \times 3 + 3$
$= 45 + 3$
$= 48$

k. $2 + 2 \times 2 \div 2 - 2$
   $= 2 + 2 \times 1 - 2$
   $= 2 + 2 - 2$
   $= 4 - 2$
   $= 2$

l. $8 + 12 \div 3 - 6$
   $= 8 + 4 - 6$
   $= 12 - 6$
   $= 6$

3 Simplify the following:

درج ذیل کو مختصر کریں۔

a. $4 + [5 - \{5 - (6 \div 3 \times 2)\}]$
   $= 4 + [5 - \{5 - (2 \times 2)\}]$
   $= 4 + [5 - \{5 - 4\}]$
   $= 4 + [5 - 1]$
   $= 4 + 4$
   $= 8$

b. $24 - 4 + \{6 - (9 - 6)\}$
   $= 24 - 4 + \{6 - (9 - 6)\}$
   $= 24 - 4 + \{6 - 3\}$
   $= 24 - 4 + 3$
   $= 27 - 4$
   $= 23$

c. $100 - \{80 \div (20 \times 2)\}$
   $= 100 - \{80 \div 40\}$
   $= 100 - 2$
   $= 98$

d. $\{45 + (42 \div 6) - 9\} + 4$
   $= \{45 + 7 - 9\} + 4$
   $= 43 + 4$
   $= 47$

e. $73 - \{14 + (92 - 52) \div 8\}$
   $= 73 - \{14 + 40 \div 8\}$
   $= 73 - \{14 + 5\}$
   $= 73 - 19$
   $= 54$

f. $60 - [48 - \{16 + (8 - 4)\}]$
   $= 60 - [48 - \{16 + 4\}]$
   $= 60 - [48 - 20]$
   $= 60 - 28$
   $= 32$

g. $39 - [6 + \{5 - (6 - 3)\}]$
   $= 39 - [6 + \{5 - 3\}]$
   $= 39 - [6 + 2]$
   $= 39 - 8$
   $= 31$

h. $100 \times [12 - \{42 - (13 + 26)\}]$
   $= 100 \times [12 - \{42 - 39\}]$
   $= 100 \times [12 - 3]$
   $= 100 \times 9$
   $= 900$

i. $40 \div [35 \times 2 - \{6 + 4 + (4 \times 5)\}]$
   $= 40 \div [35 \times 2 - \{6 + 4 + 20\}]$
   $= 40 \div [35 \times 2 - 30]$
   $= 40 \div [70 - 30]$
   $= 40 \div 40$
   $= 1$

j. $6 + [12 - \{5 + 16 \div 4 - (1 + 2)\}]$
   $= 6 + [12 - \{5 + 16 \div 4 - 3\}]$
   $= 6 + [12 - \{5 + 4 - 3\}]$
   $= 6 + [12 - 6]$
   $= 6 + 6$
   $= 12$

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:

- find the place value of digits in a decimal number.
- add and subtract simple decimal numbers.

We already know that when we divide a whole number in 10 equal parts then each of these parts is called a tenth and is written as: $\dfrac{1}{10}$

ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ جب ایک مکمل عدد کو 10 برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں تو ان میں سے ہر حصہ دسواں کہلاتا ہے اور $\dfrac{1}{10}$ لکھا جاتا ہے۔

$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{10}$
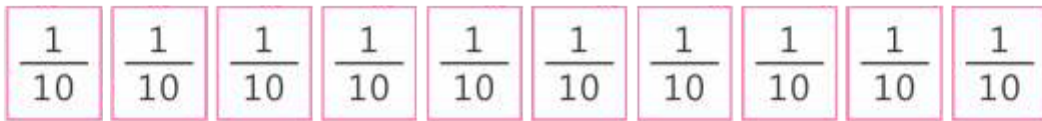
We can write the fraction $\dfrac{1}{10}$ in an other way, which is called decimal fraction. $\dfrac{1}{10} = 0.1$ (It is read as 0 point 1)

ہم کسر $\dfrac{1}{10}$ کو دوسرے طریقے سے لکھ سکتے ہیں جو اعشاری کسر کہلاتی ہے۔ (اس کو 0 اعشاریہ 1 پڑھتے ہیں۔)

In 0.1, "." is called a decimal point. It separates a whole number from a fractional number. The whole number is to the left of the decimal point.

0.1 میں "." نقطہ اعشاریہ کہلاتا ہے۔ یہ مکمل عدد کو کسر سے علیحدہ کرتا ہے۔ مکمل عدد نقطہ اعشاریہ کے بائیں طرف ہوتا ہے۔

The coloured part of fig (i) shows the fraction $\dfrac{4}{10}$ or 0.4 and fig (ii) shows the fraction $\dfrac{7}{10}$ or 0.7.

شکل (I) کا رنگ دار حصہ $\dfrac{4}{10}$ یا 0.4 کی کسر کو اور شکل (II) $\dfrac{7}{10}$ یا 0.7 کی کسر کو ظاہر کرتا ہے۔

$\dfrac{4}{10}$ or 0.4

Part is shaded

fig (i)

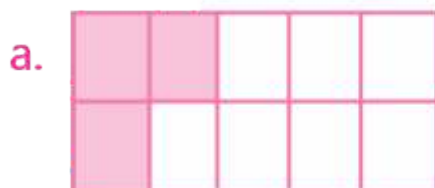$\dfrac{7}{10}$ or 0.7

Part is shaded

fig (ii)

0.4 is read as 0 point 4 and 0.7 is read as 0 point 7.

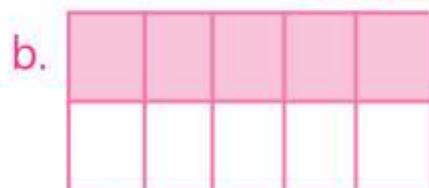0.4 کو 0 اعشاریہ 4 اور 0.7 کو 0 اعشاریہ 7 پڑھتے ہیں۔

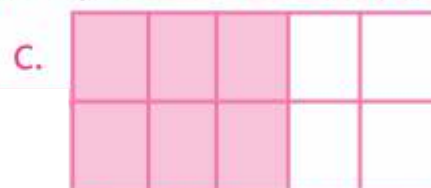**1** Write the coloured part of given shapes as a fraction and also as a decimal.

دی گئی اشکال کے رنگ دار حصے کو کسر اور اعشاری عدد میں لکھیں۔

a.

b.

c.

$$\frac{3}{10} = 0.3$$

$$\frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{6}{10} = 0.6$$

2 Write these fractions as decimals.

ان کسور کو اعشاریہ اعداد میں لکھیں۔

a. $\frac{2}{10} = 0.2$

b. $\frac{6}{10} = 0.6$

c. $\frac{8}{10} = 0.8$

d. $\frac{9}{10} = 0.9$

e. $\frac{5}{10} = 0.5$

f. $\frac{3}{10} = 0.3$

Place Value of a Decimal Number اعشاری عدد کی مقامی قیمت

So far we have learnt the place value of whole numbers. Now we will learn, what is the place value of decimal numbers?

اب تک ہم مکمل اعداد کی مقامی قیمت کے بارے میں سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم سیکھیں گے کہ اعشاری اعداد کی مقامی قیمت کیا ہوتی ہے؟

Hundred	Tens	Ones		Tenths
1	2	3	.	4

Place value of 3 is 3 Ones or 3.   3 کی مقامی قیمت 3 اکائیاں یا 3 ہے۔

Place value of 2 is 2 Tens or 20.   2 کی مقامی قیمت 2 دہائیاں یا 20 ہے۔

Place value of 1 is 1 Hundred or 100.   1 کی مقامی قیمت 1 سینکڑا یا 100 ہے۔

(.) is called a decimal point.   (.) نقطہ اعشاریہ کہلاتا ہے۔

Place value of 4 is 4 tenths or $\frac{4}{10}$ or 0.4.   4 کی مقامی قیمت 4 دسواں یا $\frac{4}{10}$ یا 0.4 ہے۔

1 Find the place values of circled digits. دائرہ لگے ہندسوں کی مقامی قیمتیں معلوم کریں۔

a. 2 ③ . 4 = __3__

b. 4 6 8 . ⑥ = __0.6__

c. ③ 7 1 . 8 = __30__

d. 8 0 ⑦ . 1 = __7__

e. 3 ⑥ 7 . 3 = __10__

f. ⑦ 8 5 . 4 = __700__

g. 4 0 5 . ⑤ = __0.5__

h. 8 8 1 . ① = __.1__

i. 9 ⑨ 7 . 7 = __90__

j. ⑧ 5 0 . 9 = __800__

How to write Mixed Numbers as Decimal Numbers

<div dir="rtl">مخلوط اعداد کو کیسے اعشاری اعداد میں لکھتے ہیں؟</div>

Consider a mixed number $3\frac{8}{10}$. In this number 3 is a whole number and $\frac{8}{10}$ is a fraction, it is written as 0.8 So $3\frac{8}{10}$ can be written as 3.8.

<div dir="rtl">فرض کریں $3\frac{8}{10}$ ایک مخلوط عدد دے۔ اس عدد میں 3 ایک مکمل عدد دار $\frac{8}{10}$ ایک کسر ہے۔ اس کو 0.8 لکھتے ہیں۔ تو $3\frac{8}{10}$</div>

<div dir="rtl">کو 3.8 لکھا جا سکتا ہے۔</div>

2 Write given mixed numbers as decimal numbers.

<div dir="rtl">دیے گئے مخلوط اعداد کو اعشاری اعداد کے طور پر لکھیں۔</div>

a.
$$3 \times 10 + 5 = 35$$
$$3\frac{5}{10} = \frac{35}{10} = 3.5$$

b.
$$15 \times 10 + 1 = 151$$
$$15\frac{1}{10} = \frac{151}{10} = 15.1$$

c.
$$23 \times 10 + 4 = 234$$
$$23\frac{4}{10} = \frac{234}{10} = 23.4$$

d.
$$31 \times 10 + 7 = 317$$
$$31\frac{7}{10} = \frac{317}{10} = 31.7$$

e.
$$34 \times 10 + 8 = 348$$
$$34\frac{8}{10} = \frac{348}{10} = 34.8$$

f.
$$55 \times 10 + 9 = 559$$
$$55\frac{9}{10} = \frac{559}{10} = 55.9$$

Addition of Decimal Numbers

اعشاری اعداد کی جمع

Addition of decimal numbers is same as the addition of whole numbers. Look at the given examples.

اعشاری اعداد کی جمع مکمل اعداد کی جمع جیسی ہی ہوتی ہے۔ دی گئی مثالوں پر غور کریں۔

Example 1   Add 13.4 and 26.3

13.4 اور 26.3 کو جمع کریں۔

```
       Tens Ones Tenths
         1    3  .  4
     +   2    6  .  3
       ─────────────────
         3    9  .  7
```

Step 1:   Write the numbers in such a way that decimal sign of a numbers must be exactly above or below each other.

پہلا قدم: اعداد کو اس طرح سے لکھیں کہ ایک عدد کی اعشاریہ کی علامت دوسرے عدد کی اعشاریہ کی علامت کے بالکل اوپر یا نیچے آئے۔

Step 2:   Firstly, add tenths in tenths

4 + 3 = 7   and write the answer.

دوسرا قدم: پہلے دسویں میں دسواں جمع کریں 7 = 3+4 اور جواب لکھیں۔

Step 3:   Place (.) below the points.

تیسرا قدم: (.) کو نقاط کے نیچے لگائیں۔

Step 4:   Add 3 and 6 i.e. 3 + 6 = 9

چوتھا قدم: 3 اور 6 کو جمع کریں۔

Step 5:   Add 1 and 2 i.e,   1 + 2 = 3

پانچواں قدم: 1 اور 2 کو جمع کریں۔

So, the answer is 39.7

پس جواب ہے۔

Example 2   Add 38.7 and 44.6

38.7 اور 44.6 کو جمع کریں۔

```
       Tens Ones Tenths
        ①   ①
         3   8  .  7
     +   4   4  .  6
       ─────────────────
         8   3  .  3
```

Step 1:   7 + 6 = 13, 3 is a tenth place number. Carry 1 to the top of 8 (the ones place number).

پہلا قدم: 13 = 6 + 7، 3 دسویں مقام کا عدد ہے۔ 1 کا حاصل لے کر 8 کے اوپر رکھیں۔ (جو اکائی کا عدد ہے)

Step 2:   Place a decimal sign below the decimal sign.

دوسرا قدم: اعشاریہ کی علامت اعشاریہ کے نیچے لگائیں۔

27

Step 3: Add ① + 8 + 4 = 13, here 3 is a ones place number.
Carry 1 to the top of 3 (tens place number).

<div dir="rtl">

تیسرا قدم: 3 اکائی کا عدد ہے۔ 1 کا حاصل لے کر 3 کے اوپر لکھیں۔ (جو دہائی کا عدد ہے)

</div>

Step 4: Add ①+ 3 + 4 = 8 write it below the tens place number.
So, the answer is 83.3 (read as 83 point 3)

<div dir="rtl">

چوتھا قدم: (8 = 4 + 3 +①) 8 کو دہائی کے مقام پر لکھیں۔ پس جواب 83.3 ہے۔ (اس کو 83 اعشاریہ 3 پڑھتے ہیں)

</div>

(1) Add the following decimal numbers.

<div dir="rtl">درج ذیل اعشاری اعداد کو جمع کریں۔</div>

a.	Tens	Ones	Tenths
	3	4	. 4
+	2	5	. 1
	5	**9**	**. 5**

b.	Tens	Ones	Tenths
	4	5	. 3
+	2	2	. 4
	6	**7**	**. 7**

c.	Tens	Ones	Tenths
	6	4	. 5
+	2	6	. 5
	9	**1**	**. 0**

d.	Tens	Ones	Tenths
	6	4	. 8
+	1	7	. 9
	8	**2**	**. 7**

e.	Tens	Ones	Tenths
	3	5	. 6
+	2	7	. 6
	6	**3**	**. 2**

f.	Tens	Ones	Tenths
	4	3	. 8
+	2	8	. 6
	7	**2**	**. 4**

Subtraction of Decimal Numbers

<div dir="rtl">اعشاری اعداد کی تفریق</div>

Subtraction of decimal numbers is same as of whole numbers. Look at the given example.

<div dir="rtl">اعشاری اعداد کی تفریق مکمل اعداد کی تفریق کی طرح ہی ہے۔ دی گئی مثال پر غور کریں۔</div>

Example 1 Subtract 23.2 from 86.7

<div dir="rtl">86.7 میں سے 23.2 کو تفریق کریں۔</div>

Tens	Ones	Tenths
8	6	. 7
− 2	3	. 2
6	3	. 5

Step 1: Write given numbers such that decimal sign of smaller
number is exactly below the decimal sign of larger one .

<div dir="rtl">پہلا قدم: دیے گئے اعداد کو اس طرح لکھیں کہ چھوٹے عدد کی اعشاریہ کی علامت بڑے عدد کی اعشاریہ کی علامت کے نیچے آئے۔</div>

Step 2: 7 – 2 = 5. (Tenths is subtracted from tenths)

<div dir="rtl">دوسراقدم: 5 = 2 – 7(دسویں میں سے دسویں کوتفریق کرتے ہیں۔)</div>

Step 3: Place a decimal sign below the decimal sign.

<div dir="rtl">تیسراقدم:اعشاریہ کی علامت کواعشاریہ کی علامت کے نیچے لکھیں۔</div>

Step 4: Subtract 6 – 3 = 3
(ones from ones)

<div dir="rtl">چوتھاقدم: تفریق کریں 3 = 3 – 6</div>
<div dir="rtl">(اکائیوں میں سے اکائیاں)</div>

Step 5: Subtract 8 – 2 = 6 (tens from tens)
So, answer is 63.5.

<div dir="rtl">پانچواں قدم:6 = 2 – 8 تفریق کریں۔</div>
<div dir="rtl">(دہائیوں میں سے دہائیاں) پس جواب 63.5 ہے۔</div>

Example 2 Subtract 46.8 from 93.6

<div dir="rtl">93.6 سے 46.8 کو تفریق کریں۔</div>

$$
\begin{array}{cccc}
\text{Tens} & \text{Ones} & & \text{Tenths} \\
\textcircled{8} & \textcircled{2} & & \\
9 & {}^{1}3 & . & {}^{1}6 \\
-\;4 & 6 & . & 8 \\
\hline
4 & 6 & . & 8 \\
\end{array}
$$

Step 1: 8 cannot be subtracted from 6, so borrow 1 from ones place digit 3. Now 6 becomes 16 and subtract 16 – 8 = 8. (Tenths from Tenths)

<div dir="rtl">پہلاقدم:6 میں سے 8 تفریق نہیں ہو سکتا۔ لہذا اکائی کے ہندسے 3 سے 1 حاصل لیں۔ اب 6 کا 16 بن جاتا ہے اور تفریق کریں 8 = 16 – 8(دسویں میں سے دسواں)</div>

Step 2: Place a decimal sign below decimal sign.

<div dir="rtl">دوسراقدم:اعشاریہ کی علامت کے نیچے اعشاریہ کی علامت لگائیں۔</div>

Step 3: 6 cannot be subtracted from 2, so borrow 1 from tens place number 9. (2 becomes 12)
So, 12 – 6 = 6. (Ones from Ones)

<div dir="rtl">تیسراقدم:2 میں سے 6 تفریق نہیں ہو سکتا۔ لہذا دہائی کے عدد 9 سے 1 حاصل لیں۔(2 سے 12 بن جاتا ہے) تو 6 = 12 – 6(اکائیوں میں سے اکائیاں)</div>

Step 4: Subtract 8 – 4 = 4. (Tens from Tens)

<div dir="rtl">چوتھاقدم: تفریق کریں۔ 4 = 4 – 8 (دہائیوں میں سے دہائیاں)</div>

Hence the answer is 46.8.

<div dir="rtl">پس جواب 46.8 ہے۔</div>

① Subtract the following. درج ذیل کو تفریق کریں۔

a.

Tens	Ones	Tenths
6	7 .	8
− 2	3 .	4
4	**4 .**	**4**

b.

Tens	Ones	Tenths
5	8 .	9
− 2	4 .	3
3	**4 .**	**6**

c.

Tens	Ones	Tenths
6	3 .	4
− 2	5 .	6
3	**7 .**	**8**

d.

Tens	Ones	Tenths
9	2 .	3
− 2	7 .	7
6	**4 .**	**6**

e.

Tens	Ones	Tenths
6	3 .	8
− 2	3 .	6
4	**0 .**	**2**

f.

Tens	Ones	Tenths
7	7 .	7
− 4	5 .	9
3	**1 .**	**8**

g.

Tens	Ones	Tenths
8	6 .	5
− 5	7 .	8
2	**8 .**	**7**

h.

Tens	Ones	Tenths
4	8 .	6
− 3	2 .	4
1	**6 .**	**2**

A S S E S S M E N T

① Write the shaded part as fraction. رنگ دار حصے کو کسر کی شکل میں لکھیں۔
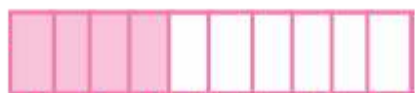
a. $\dfrac{4}{10}$
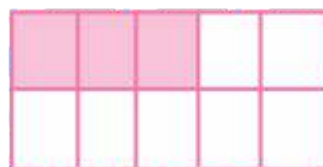
b. $\dfrac{3}{10}$

c. $\dfrac{5}{10}$

d. $\dfrac{7}{10}$

② Write the shaded part as a decimal fraction. رنگ دار حصے کو اعشاری طریق سے لکھیں۔

a. 0.3

b. 0.4

c. 0.5

d. 0.6

30
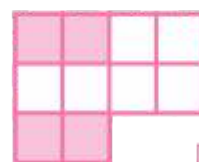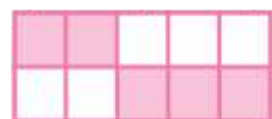
3. Write the place value of circled digits. — دائرے میں موجود ہندسے کی مقامی قیمت لکھیں۔

a. $3\ 1\ 6.⑦ =$ __0.7__ b. $2\ ③\ 4.5\ =$ __30__

c. $1\ 2\ 4.⑧ =$ __0.8__ d. $②\ 0\ 9.1\ =$ __200__

e. $6\ 7\ 8.④ =$ __0.4__ f. $⑦\ 8\ 5.4\ =$ __700__

g. $4\ 0\ ⑤.5 =$ __5__ h. $8\ 8\ ①.\ 1\ =$ __1__

i. $9\ ⑨\ 7.7 =$ __90__ j. $8\ 5\ 0.⑨\ =$ __0.9__

k. $①\ 0\ 7.8 =$ __100__ l. $9\ ⑦\ 0.\ 5\ =$ __70__

4. Shade according to the given fraction. — دی گئی کسر کے مطابق رنگ بھریں۔

a. $\dfrac{7}{10}$ b. $\dfrac{8}{10}$ c. $\dfrac{6}{10}$ d. $\dfrac{5}{10}$

5. Add the following decimal numbers. — درج ذیل اعشاری اعداد کی جمع کریں۔

a.
$$\begin{array}{r} 3\ 3\ .\ 6 \\ +\ 2\ 2\ .\ 2 \\ \hline 5\ 5\ .\ 8 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 1\ 4\ .\ 3 \\ +\ 1\ 1\ .\ 4 \\ \hline 2\ 5\ .\ 7 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 1\ 8\ .\ 4 \\ +\ 4\ 1\ .\ 3 \\ \hline 5\ 9\ .\ 7 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 1\ 4\ .\ 5 \\ +\ 1\ 5\ .\ 6 \\ \hline 3\ 0\ .\ 1 \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} 2\ 4\ .\ 7 \\ +\ 2\ 6\ .\ 8 \\ \hline 5\ 1\ .\ 5 \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 6\ 7\ .\ 7 \\ +\ 2\ 4\ .\ 8 \\ \hline 9\ 2\ .\ 5 \end{array}$$

6. Subtract the following decimal numbers. — درج ذیل اعشاری اعداد کی تفریق کریں۔

a.
$$\begin{array}{r} 4\ 2\ .\ 7 \\ -\ 2\ 4\ .\ 8 \\ \hline 1\ 7\ .\ 9 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 2\ 4\ .\ 5 \\ -\ 1\ 1\ .\ 2 \\ \hline 1\ 3\ .\ 3 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 3\ 9\ .\ 8 \\ -\ 2\ 4\ .\ 7 \\ \hline 1\ 5\ .\ 1 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 3\ 8\ .\ 9 \\ -\ 2\ 6\ .\ 8 \\ \hline 1\ 2\ .\ 1 \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} 4\ 1\ .\ 3 \\ -\ 2\ 4\ .\ 5 \\ \hline 1\ 6\ .\ 8 \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 8\ 2\ .\ 3 \\ -\ 3\ 7\ .\ 9 \\ \hline 4\ 4\ .\ 4 \end{array}$$

Unit

5

Factors and Multiples

عاد اور اضعاف

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- define factors and multiples.
- find H.C.F and L.C.M of the given numbers.

Consider the following example. We have 12 balls, and we want to divide them equally in various ways.

نیچے دی گئی مثال پر غور کریں۔ ہمارے پاس 12 گیندیں ہیں اور ہم ان کو مختلف طریقوں سے برابر برابر تقسیم کرنا چاہتے ہیں۔

1.

Out of 12 balls, one ball is given to 12 boys.

$1 \times 12 = 12$

12 گیندوں میں سے ایک ایک گیند 12 لڑکوں کو دیتے ہیں۔

2.

Out of 12 balls, 2 balls are given to 6 boys.

$2 \times 6 = 12$

12 گیندوں میں سے دو دو گیندیں 6 لڑکوں کو دیتے ہیں۔

3.

Out of 12 balls, 3 balls are given to 4 boys.

$3 \times 4 = 12$

12 گیندوں میں سے تین تین گیندیں 4 لڑکوں کو دیتے ہیں۔

4.

Out of 12 balls, 4 balls are given to 3 boys.

$4 \times 3 = 12$

12 گیندوں میں سے چار چار گیندیں 3 لڑکوں کو دیتے ہیں۔

5.

Out of 12 balls, 6 balls are given to 2 boys.

$6 \times 2 = 12$

12 گیندوں میں سے چھے چھے گیندیں 2 لڑکوں کو دیتے ہیں۔

6.

Out of 12 balls, 12 balls are given to 1 boy.

$12 \times 1 = 12$

12 کی 12 گیندیں 1 لڑکے کو دیتے ہیں۔

We can write it as: ہم اس کو یوں لکھ سکتے ہیں :

$$12 = 1 \times 12 \quad , \quad 12 = 2 \times 6$$
$$12 = 3 \times 4 \quad , \quad 12 = 4 \times 3$$
$$12 = 6 \times 2 \quad , \quad 12 = 12 \times 1$$

We see that product (multiplication) of all these pair of numbers is equal to 12. So these all are factors of 12.

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ان تمام اعداد کا حاصل ضرب 12 ہے۔ لہٰذا یہ تمام 12 کے عاد ہیں۔

If a number divides the other number completely then it is called the factor of that number.

اگر ایک عدد دوسرے عدد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے تو یہ اُس عدد کا عاد کہلاتا ہے۔

Examples   Write down the factors of: عاد لکھیں :

a.   20

$$20 = 1 \times 20$$
$$20 = 2 \times 10$$
$$20 = 4 \times 5$$

b.   30

$$30 = 1 \times 30$$
$$30 = 2 \times 15$$
$$30 = 3 \times 10$$
$$30 = 5 \times 6$$

So, factors of 20 are   پس 20 کے عاد ہیں۔

1, 2, 4, 5, 10 and 20

So, factors of 30 are   پس 30 کے عاد ہیں۔

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 and 30

1   Write down the factors of given numbers: دیے گئے اعداد کے عاد لکھیں۔

a. 8	b. 9	c. 14
1, 2, 4, 8	1, 3, 9	1, 2, 7, 14

d. 24	e. 32	f. 36
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	1, 2, 4, 8, 16, 32	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

2   How many factors does each number have?   ہر عدد کے کتنے عاد بنتے ہیں؟

a. 10	b. 15	c. 16
1, 2, 5, 10	1, 3, 5, 15	1, 2, 4, 8, 16

d. 18	e. 21	f. 26
1, 2, 3, 6, 9, 18	1, 3, 7, 21	1, 2, 13, 26

Common Factors مشترک عاد

Consider the following example carefully. نیچے دی گئی مثال پر غور کریں۔

Factors of 12 are   1, 2, 3, 4, 6, 12   12 کے عاد ہیں

Factors of 16 are   1, 2, 4, 8, 16   16 کے عاد ہیں

Factors of 20 are   1, 2, 4, 5, 10, 20   20 کے عاد ہیں

We see that 1, 2 and 4 are present in factors of all three given numbers.

ہم دیکھتے ہیں کہ 1، 2 اور 4 دیے گئے تینوں اعداد کے عادوں میں مشترک ہیں۔

Hence 1, 2 and 4 are common factors of 12, 16 and 20

پس 1، 2 اور 4 مشترک عاد ہیں 12، 16 اور 20 کے

Remember: یاد رکھیں:

When a number is divided by one of its factors, there is no remainder.

جب کسی عدد کو اس کے عادوں میں سے کسی ایک پر تقسیم کیا جائے تو باقی کچھ نہیں بچتا۔

$24 \div 1 = 24$ $24 \div 2 = 12$

$24 \div 3 = 8$ $24 \div 4 = 6$

$24 \div 6 = 4$ $24 \div 8 = 3$

$24 \div 12 = 2$ $24 \div 24 = 1$

Example: Find the common factors of 20 and 30

Solution.
20 اور 30 کے مشترک عاد معلوم کریں۔

Factors of 20 = 1, 2, 4, 5, 10, 20

Factors of 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Common factors =   1, 2, 5   مشترک عاد

Note: 1 is the factor of every number. Every number is the factor of itself.

1 ہر عدد کا عاد ہوتا ہے۔ ہر عدد خود اپنا عاد بھی ہوتا ہے۔

Highest Common Factor عادِ اعظم

We have seen that different numbers can have some same factors.

ہم نے دیکھا کہ مختلف اعداد کے ایک جیسے عاد ہو سکتے ہیں۔

Factors of 12 are 1, 2, 3, 4, 6 and 12

Factors of 16 are 1, 2, 4, 8 and 16

Hence common factors are 1, 2 and 4

Among these three common factors, 4 is the greatest factor. It is called highest common factor. It is denoted by H.C.F.

12 کے عاد ہیں 1، 2، 3، 4، 6 اور 12

16 کے عاد ہیں 1، 2، 4، 8 اور 16

پس مشترک عاد ہیں 1، 2 اور 4

ان مشترک عادوں میں 4 سب سے بڑا عاد ہے۔ یہ عادِ اعظم کہلاتا ہے۔ اسے H.C.F سے ظاہر کرتے ہیں۔

Example 1 Find the H.C.F of 18 and 24

18 اور 24 کا عادِ اعظم معلوم کریں۔

Solution.
Factors of 18 are 1, 2, 3, 6, 9 and 18

Factors of 24 are 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 and 24

Common factors of 18 and 24 are 1, 2, 3 and 6

Hence H.C.F = 6

Example 2 Find the H.C.F of 30 and 50

30 اور 50 کا عادِ اعظم معلوم کریں۔

Solution.
Factors of 30 are 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 and 30

Factors of 50 are 1, 2, 5, 10, 25 and 50

Common factors of 30 and 50 are 1, 2, 5 and 10

Hence H.C.F = 10

Prime Numbers مفرد اعداد

The numbers which have only two factors are called prime numbers. These factors are 1 and the number itself. 1 is not a prime number because it has only one factor. Consider the following numbers:

ایسے اعداد جن کے صرف دو عاد ہوں مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔ یہ عاد 1 اور خود عدد ہیں۔ 1 مفرد عدد نہیں کیونکہ اس کا صرف ایک عاد ہے۔ درج ذیل اعداد پر غور کریں۔

2	3	5
2 = 1 x 2	3 = 1 x 3	5 = 1 x 5
2 = 2 x 1	3 = 3 x 1	5 = 5 x 1
7	**11**	**13**
7 = 1 x 7	11 = 1 x 11	13 = 1 x 13
7 = 7 x 1	11 = 11 x 1	13 = 13 x 1

In all these examples, you can see that all of these numbers have only two factors, i.e, 1 and the number itself.

ان تمام مثالوں میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان تمام اعداد کے صرف دو عاد ہیں یعنی 1 اور خود عدد

Some prime numbers are

کچھ مفرد اعداد ہیں۔

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 etc.

Composite Numbers مرکب اعداد

The numbers which have more than two factors are called composite numbers. Consider the following examples.

ایسے اعداد جن کے دو سے زیادہ عاد ہوں، مرکب اعداد کہلاتے ہیں۔ درج ذیل مثالوں پر غور کریں۔

4	6	8
4 = 1 x 4	6 = 1 x 6	8 = 1 x 8
4 = 2 x 2	6 = 2 x 3	8 = 2 x 4
4 = 4 x 1	6 = 3 x 2	8 = 4 x 2
	6 = 6 x 1	8 = 8 x 1

9	10	12
9 = 1 x 9	10 = 1 x 10	12 = 1 x 12
9 = 3 x 3	10 = 2 x 5	12 = 2 x 6
9 = 9 x 1	10 = 5 x 2	12 = 3 x 4
	10 = 10 x 1	12 = 4 x 3
		12 = 6 x 2
		12 = 12 x 1

All of these numbers 4, 6, 8, 9, 10 and 12 have more than two factors so they are called composite numbers.

ان تمام اعداد 4، 6، 8، 9، 10 اور 12 کے دو سے زیادہ عاد ہیں۔ لہٰذا یہ مرکب اعداد کہلاتے ہیں۔

1 Separate the composite and prime numbers: مرکب اور مفرد اعداد علیحدہ کریں:

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

Composite Numbers							
10	12	14	15	16	18	20	

Prime Numbers						
11	13	17	19			

Co-Prime Numbers ہم مفرد اعداد

Look at the pair of numbers 2 and 3. What are the factors of this pair?

اعداد کے جوڑے 2 اور 3 پر غور کریں۔ اس جوڑے کے عاد کیا ہیں؟

Factors of 2: 1, 2   2 کے عاد

Factors of 3: 1, 3   3 کے عاد

There is only one common factor here, and that common factor is 1. Two prime numbers which only have number 1 as their common factor are called co-prime numbers.

یہاں صرف ایک مشترک عاد ہے اور وہ مشترک عاد 1 ہے۔ ایسے اعداد جن کا مشترک عاد صرف 1 ہو، ہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔

1 Out of the given pairs of numbers, which are co-prime numbers?

دیے گئے اعداد کے جوڑوں میں سے کون سے ہم مفرد اعداد ہیں؟

a. 6 and 9   _____

b. 7 and 9   **Co-Prime Numbers**

c. 9 and 16   **Co-Prime Numbers**

d. 8 and 13   **Co-Prime Numbers**

Multiples اضعاف

A multiple of a number is the product of that number and any other whole number. For example multiples of 3 are 3,6,9,12,15,18 etc.

کسی عدد کا اضعاف اُس عدد اور مکمل عدد کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر 3 کے اضعاف ہیں 18،15،12،9،6،3 وغیرہ

Find first six multiples of: پہلے چھے اضعاف معلوم کریں۔

i.　5

First six multiples of 5 are

5 کے پہلے اضعاف ہیں

5, 10, 15, 20, 25, 30

ii.　9

First six multiples of 9 are

9 کے پہلے اضعاف ہیں

9, 18, 27, 36, 45, 54

1 Find first five multiples of:　پہلے پانچ اضعاف معلوم کریں۔

a.　6　**6, 12, 18, 24, 30**

b.　7　**7, 14, 21, 28, 35**

c.　8　**8, 16, 24, 32, 40**

d.　13　**13, 26, 39, 52, 65**

Prime Factorization　مفرد تجزی

The process of representing a number as a product of prime numbers is called prime factorization. For example, prime factors of 12 are found by division method.

کسی عدد کو اس کے مفرد اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر ظاہر کرنے کا عمل مفرد تجزی کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر 12 کے مفرد عاد تقسیم کے طریقے سے معلوم کیے جاتے ہیں۔

2	12
2	6
3	3
	1

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$2 \times 2 \times 3$ are prime factors of 12

Least Common Multiple　ذواضعاف اقل

Least common multiple of two numbers is the smallest number, that is a multiple of both. It is represented by L.C.M. Consider the following example.

دو اعداد کا ذواضعاف اقل وہ چھوٹا ترین عدد ہوتا ہے جو دونوں اعداد کا اضعاف ہوتا ہے۔ دی گئی مثال پر غور کریں،

Example 1: Find L.C.M of 6 and 8:　6 اور 8 کا ذواضعاف اقل معلوم کریں:

Solution: We first find the prime factors of 6 and 8.

ہم پہلے 6 اور 8 کے مفرد عاد معلوم کرتے ہیں۔

Prime factors of   0 6 =

2	6
3	3
	1

کے مفرد عاد

So,   6 = 2 x 3

Prime factors of   8 =

2	8
2	4
2	2
	1

کے مفرد عاد

So, 8 = 2 x 2 x 2

For finding L.C.M, we write the prime factors of 6 and 8 as:

ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے ہم 6 اور 8 کے مفرد عادیوں لکھتے ہیں۔

6 = $\boxed{2}$ x 3
8 = $\boxed{2}$ x 2 x 2

Common factors   =   2   مشترک عاد
Non-Common factors =   3, 2, 2   غیر مشترک عاد

L.C.M= Product of common factors x Product of non-common factors

ذواضعاف اقل   =   مشترک عاد کا حاصل ضرب   X   غیر مشترک عاد کا حاصل ضرب

= (2) x (3 x 2 x 2)
= 2 x 3 x 2 x 2
L.C.M   = 24

Example 2	Find the L.C.M of 16 and 24.	16 اور 24 کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

Solution: First, find the prime factors of 16 and 24

پہلے 16 اور 24 کے مفرد عاد معلوم کریں۔

2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

16 = $\boxed{2}$ x $\boxed{2}$ x $\boxed{2}$ x 2
24 = $\boxed{2}$ x $\boxed{2}$ x $\boxed{2}$ x 3

Common factors = 2, 2, 2 مشترک عاد

Non-common factors = 2, 3 غیر مشترک عاد

L.C.M= Product of common factors x Product of non-common factors

غیر مشترک عاد کا حاصل ضرب   x   مشترک عاد کا حاصل ضرب   =   ذواضعاف اقل

= (2 x 2 x 2) x (2 x 3)

= 8 x 6 = L.C.M = 48

A S S E S S M E N T

1 Encircle the numbers which are factors of 20.

ایسے اعداد کے گرد دائرہ لگائیں جو 20 کے عاد ہیں۔

(1) (2) 3 (4) (5) 6 7 8 9 (10)

2 Encircle the numbers which are factors of 36.

ایسے اعداد کے گرد دائرہ لگائیں جو 36 کے عاد ہیں۔

(2) (3) 5 (6) 8 11 (12) 14 16 (18) 20

3 Encircle the composite numbers.

مرکب اعداد کے گرد دائرہ لگائیں۔

(2) 3 (4) 5 (6) 7 (8) 9 (10) 11

(12) 13 (14) 15 (16) 17 (18) 19 (20)

4 Encircle the prime numbers.

مفرد اعداد کے گرد دائرہ لگائیں۔

2 (3) 6 (7) 8 9 (11) 12 14 15

(17) 20 21 24 26 (29) 30 (31)

5 Write all prime numbers between 30 and 50.

30 اور 50 کے درمیان تمام مفرد اعداد لکھیں۔

32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48

6 Write all composite numbers between 15 and 30.

15 اور 30 کے درمیان تمام مرکب اعداد لکھیں۔

17, 19, 23, 29

7. Encircle all the multiples of 3 out of the given numbers.

دیے گئے اعداد میں سے تمام 3 کے اضعاف کے گرد دائرہ لگائیں۔

3 4 (6) 8 (12) 14 16 (18) (21) (24)
26 (27) 28 (30) 32 34 (36)

8. Encircle all the multiples of 4 out of the given numbers.

دیے گئے اعداد میں سے 4 کے تمام اضعاف کے گرد دائرہ لگائیں۔

2 3 6 7 (8) 11 (12) 14 (16) 18
21 23 26 30 (32) 34 (36) (40)

9. Write first 6 multiples of the given numbers. دیے گئے اعداد کے پہلے 6 اضعاف لکھیں۔

Numbers	Multiples
5	5, 10, 15, 20, 25, 30
6	6, 12, 18, 24, 30, 36
7	7, 14, 21, 28, 35, 42
9	9, 18, 27, 36, 45, 54
13	13, 26, 39, 52, 65, 78

10. Find common factors of: مشترک عاد معلوم کریں۔

a. 12 and 20

Factors of 12 = 1, 2, 3, 4, 6, 12
Factors of 20 = 1, 2, 4, 5, 10, 20
Common Factors = 1, 2, 4

b. 16 and 20

Factors of 16 = 1, 2, 4, 8, 16
Factors of 20 = 1, 2, 4, 5, 10, 20
Common Factors = 1, 2, 4

c. 15 and 25

Factors of 15 = 1, 3, 5, 15
Factors of 25 = 1, 5, 25
Common Factors = 1, 5

d. 18 and 28

Factors of 18 = 1, 2, 3, 6, 9, 18
Factors of 28 = 1, 2, 4, 7, 14, 28
Common Factors = 1, 2

e. 21 and 28

Factors of 21 = 1, 3, 7, 21
Factors of 28 = 1, 2, 4, 7, 14, 28
Common Factors = 1, 7

f. 24 and 36

Factors of 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Factors of 36 = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
Common Factors = 1, 2, 3, 4, 6, 12

g.   20 and 30

Factors of 20 = 1, 2, 4, 5, 10, 20
Factors of 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
Common Factors = 1, 2, 5, 10

h.   30 and 48

Factors of 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
Factors of 48 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48
Common Factors = 1, 2, 3, 6

(11) Find H.C.F of: عاداعظم معلوم کریں۔

a.   12 and 16

Factors of 12 = 1, 2, 3, 4, 6, 12
Factors of 16 = 1, 2, 4, 8, 16
Common Factors = 1, 2, 4
H.C.F is   = 4

b.   16 and 24

Factors of 16 = 1, 2, 4, 8, 16
Factors of 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Common Factors = 1, 2, 4, 8
H.C.F is   = 8

c.   20 and 27

Factors of 20 = 1, 2, 4, 5, 10, 20
Factors of 27 = 1, 3, 9, 27
Common Factors = 1
H.C.F is   = 1

d.   30 and 50

Factors of 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
Factors of 50 = 1, 2, 5, 10, 25, 50
Common Factors = 1, 2, 5, 10
H.C.F is   = 10

e.   24 and 40

Factors of 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Factors of 40 = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
Common Factors =1, 2, 4, 8
H.C.F is   = 8

f.   30 and 45

Factors of 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
Factors of 45 = 1, 3, 5, 9, 15, 45
Common Factors = 1, 3, 5, 15
H.C.F is   = 15

g.   26 and 42

Factors of 26 = 1, 2, 13, 26
Factors of 42 = 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42
Common Factors = 1, 2
H.C.F is   = 2

h.   28 and 35

Factors of 28 = 1, 2, 4, 7, 14, 28
Factors of 35 = 1, 5, 7, 35
Common Factors = 1, 7
H.C.F is   = 7

(12) Find L.C.M of: ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

a.   6 and 9

Prime factors of 6 = 2 x 3
Prime factors of 9 = 3 x 3
Common Factors = 3
Non-common factors = 2 x 3

2	6
3	3
	1

3	9
3	3
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$\quad$ = (3) x (2 x 3)

$\quad$ = 3 x 2 x 3

L.C.M = 18

b. **12 and 18**

Prime factors of 12 = 2 x 2 x 3

Prime factors of 18 = 2 x 3 x 3

Common Factors = 2 x 3

Non-common factors = 2 x 3

2	12
2	6
3	3
	1

2	18
3	9
3	3
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$\quad$ = (2 x 3) x (2 x 3)

$\quad$ = 2 x 3 x 2 x 3

L.C.M = 36

c. **10 and 22**

Prime factors of 10 = 2 x 5

Prime factors of 22 = 2 x 11

Common Factors = 2

Non-common factors = 5 x 11

2	10
5	5
	1

2	22
11	11
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$\quad$ = (2) x (5 x 11)

$\quad$ = 2 x 5 x 11

L.C.M = 110

d. **14 and 42**

Prime factors of 14 = 2 x 7

Prime factors of 42 = 2 x 3 x 7

Common Factors = 2 x 7

Non-common factors = 3

2	14
7	7
	1

2	42
3	21
7	7
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$\quad$ = (2 x 7) x (3)

$\quad$ = 2 x 7 x 3

L.C.M = 42

e. **15 and 42**

Prime factors of 15 = 3 x 5
Prime factors of 42 = 2 x 3 x 7
Common Factors = 3
Non-common factors = 2 x 5 x 7

3	15
5	5
	1

2	42
3	21
7	7
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$= (3) \times (5 \times 2 \times 7)$

$= 3 \times 5 \times 2 \times 7$

L.C.M = 210

f. **18 and 20**

Prime factors of 18 = 2 x 3 x 3
Prime factors of 20 = 2 x 2 x 5
Common Factors = 2
Non-common factors = 3 x 3 x 2 x 5

2	18
3	9
3	3
	1

2	20
2	10
5	5
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$= (2) \times (3 \times 3 \times 2 \times 5)$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5$

L.C.M = 180

g. **16 and 30**

Prime factors of 16 = 2 x 2 x 2 x 2
Prime factors of 30 = 2 x 3 x 5
Common Factors = 2
Non-common factors = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 5

2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2	30
3	15
5	5
	1

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

$= (2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

L.C.M = 240

h. 20 and 35

Prime factors of 20 = 2 x 2 x 5
Prime factors of 35 = 5 x 7
Common Factors = 5
Non-common factors = 2 x 2 x 7

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

= (5) x (2 x 2 x 7)

= 5 x 2 x 2 x 7

L.C.M = 140

2	20
2	10
5	5
	1

5	35
7	7
	1

i. 18 and 27

Prime factors of 18 = 2 x 3 x 3
Prime factors of 27 = 3 x 3 x 3
Common Factors = 3 x 3
Non-common factors = 2 x 3

L.C.M = Product of common factors x Product of non-common factors

= (3 x 3) x (2 x 3)

= 3 x 3 x 2 x 3

L.C.M = 54

2	18
3	9
3	3
	1

3	27
3	9
3	3
	1

Percentage

فی صد

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- understand some basic concepts of percentage.
- find profit, loss and percentage of the given values.

a. $\dfrac{220}{250} = \dfrac{220 \div 10}{250 \div 10}$

$= \dfrac{22}{25} = \dfrac{22 \times 4}{25 \times 4} = \dfrac{88}{100} = 88\,\%$

b. $\dfrac{300}{400} = \dfrac{300 \div 100}{400 \div 100}$

$= \dfrac{3}{4} = \dfrac{3 \times 25}{4 \times 25} = \dfrac{75}{100} = 75\,\%$

ASSESSMENT

(1) Write down each percentage as a fraction.   ہر فی صد کو کسر کی شکل میں لکھیں۔

a. 15%

$\dfrac{15}{100} = 15\,\%$

b. 25%

$\dfrac{25}{100} = 25\,\%$

c. 35%

$\dfrac{35}{100} = 35\,\%$

d. 17%

$\dfrac{17}{100} = 17\,\%$

e. 20%

$\dfrac{20}{100} = 20\,\%$

f. 45%

$\dfrac{45}{100} = 45\,\%$

g. 35%

$\dfrac{35}{100} = 35\,\%$

h. 50%

$\dfrac{50}{100} = 50\,\%$

i. 55%

$\dfrac{55}{100} = 55\,\%$

j. 60%

$\dfrac{60}{100} = 60\,\%$

k. 75%

$\dfrac{75}{100} = 75\,\%$

l. 90%

$\dfrac{90}{100} = 90\,\%$

(2) Write these fractions as percentage.   ان کسور کو فی صد میں لکھیں۔

a. $\dfrac{4}{20}$

$\dfrac{4}{20} = \dfrac{4 \times 5}{20 \times 5}$

$= \dfrac{20}{100} = 20\%$

b. $\dfrac{3}{25}$

$\dfrac{3}{25} = \dfrac{3 \times 4}{25 \times 4}$

$= \dfrac{12}{100} = 12\%$

c. $\dfrac{8}{25}$

$\dfrac{8}{25} = \dfrac{8 \times 4}{25 \times 4}$

$= \dfrac{32}{100} = 32\%$

d. $\dfrac{9}{20}$

$\dfrac{9}{20} = \dfrac{9 \times 5}{20 \times 5}$

$= \dfrac{45}{100} = 45\%$

e. $\dfrac{11}{20}$

$\dfrac{11}{20} = \dfrac{11 \times 5}{20 \times 5}$

$= \dfrac{55}{100} = 55\%$

f. $\dfrac{4}{5}$

$\dfrac{4}{5} = \dfrac{4 \times 20}{5 \times 20}$

$= \dfrac{80}{100} = 80\%$

g. $\dfrac{2}{5}$

$\dfrac{2}{5} = \dfrac{2 \times 20}{5 \times 20}$

$= \dfrac{40}{100} = 40\%$

h. $\dfrac{3}{50}$

$\dfrac{3}{50} = \dfrac{3 \times 2}{50 \times 2}$

$= \dfrac{6}{100} = 6\%$

i. $\dfrac{33}{50}$

$\dfrac{33}{50} = \dfrac{33 \times 2}{50 \times 2}$

$= \dfrac{66}{100} = 66\%$

j. $\dfrac{10}{40}$

$\dfrac{10}{40} = \dfrac{10 \div 10}{40 \div 10}$

$= \dfrac{1}{4} = \dfrac{1 \times 25}{4 \times 25}$

$= \dfrac{25}{100} = 25\%$

k. $\dfrac{20}{40}$

$\dfrac{20}{40} = \dfrac{20 \div 10}{40 \div 10}$

$= \dfrac{2}{4} = \dfrac{2 \times 25}{4 \times 25}$

$= \dfrac{50}{100} = 50\%$

l. $\dfrac{25}{40}$

$\dfrac{25}{40} = \dfrac{25 \div 5}{40 \div 5}$

$= \dfrac{5}{8} = 0.625$

$= 0.625 \times 100$

$= 62.5\%$

3 | Write down these percentage as decimal numbers:

ان فی صد کو اعشاری اعداد میں لکھیں:

a. 25%

$\dfrac{25}{100} = 0.25$

b. 33%

$\dfrac{33}{100} = 0.33$

c. 9%

$\dfrac{9}{100} = 0.09$

d. 19%

$\dfrac{19}{100} = 0.19$

e. 36%

$\dfrac{36}{100} = 0.36$

f. 67%

$\dfrac{67}{100} = 0.67$

g. 120%

$\dfrac{120}{100} = 1.2$

h. 39%

$\dfrac{39}{100} = 0.39$

4 | Find the percentage of the given numbers: دیے گئے اعداد کی فی صد معلوم کریں:

a. 15 % of 20

$\dfrac{15}{100} \times 20$

$= \dfrac{15}{100} \times 20 = 3$

b. 33 % of 100

$\dfrac{33}{100} \times 100$

$= \dfrac{33}{100} \times 100 = 33$

c. 15 % of 75

$\dfrac{15}{100} \times 75$

$= \dfrac{15}{100} \times 75 = \dfrac{45}{4}$

$= 11.25$

d. 20 % of 100

$$\frac{20}{100} \times 100$$

$$= \frac{20}{100} \times 100 = 20$$

e. 25 % of 125

$$\frac{25}{100} \times 125$$

$$= \frac{25}{100} \times 125 = \frac{125}{4}$$

$$= 31.25$$

f. 40 % of 160

$$\frac{40}{100} \times 160$$

$$= \frac{40}{100} \times 160 = 64$$

g. 20 % of 130

$$\frac{20}{100} \times 130$$

$$= \frac{20}{100} \times 130 = 26$$

h. 40 % of 200

$$\frac{40}{100} \times 200$$

$$= \frac{40}{100} \times 200 = 80$$

i. 40 % of 450

$$\frac{40}{100} \times 450$$

$$= \frac{40}{100} \times 450 = 180$$

(5) Find profit or loss in following questions: درج ذیل سوالات میں نفع یا نقصان معلوم کریں:

a. C.P = Rs. 150
   S.P = Rs. 225

We know that:
Profit   =   S.P − C.P
So, profit =   Rs.225 − Rs. 150
Profit   =   Rs. 75

b. C.P = Rs. 4,450
   S.P = Rs. 3,450

We know that:
Loss   = C.P − S.P
So, loss = Rs.4450 − Rs. 3450
Loss   = Rs. 1,000

c. C.P = Rs. 275
   S.P = Rs. 305

We know that:
Profit   =   S.P − C.P
So, profit =   Rs.305 − Rs. 275
Profit   =   Rs. 30

d. C.P = Rs. 6,000
   S.P = Rs. 6,250

We know that:
Profit   = S.P − C.P
So, profit = Rs.6250 − Rs. 6000
Profit   = Rs. 250

e. C.P = Rs. 310
S.P = Rs. 410

We know that:
Profit = S.P − C.P
So, profit = Rs.410 − Rs. 310
Profit = Rs. 100

f. C.P = Rs. 10,000
S.P = Rs. 8,000

We know that:
Loss = C.P − S.P
So, loss = Rs. 10000 − Rs. 8000
Loss = Rs. 2,000

g. C.P = Rs. 290
S.P = Rs. 400

We know that:
Profit = S.P − C.P
So, profit = Rs.400 − Rs. 290
Profit = Rs. 110

h. C.P = Rs. 12,000
S.P = Rs. 9,500

We know that:
Loss = C.P − S.P
So, loss = Rs. 12000 − Rs. 9500
Loss = Rs. 2,500

i. C.P = Rs. 460
S.P = Rs. 590

We know that:
Profit = S.P − C.P
So, profit = Rs.590 − Rs. 460
Profit = Rs. 130

j. C.P = Rs. 42,000
S.P = Rs. 45,000

We know that:
Profit = S.P − C.P
So, profit = Rs. 45000 − Rs. 42000
Profit = Rs. 3,000

6 Find profit % or loss % from the following questions:

درج ذیل سوالات سے% نفع یا% نقصان معلوم کریں۔

a. C.P = Rs. 2,500
S.P = Rs. 2,000

We know that Loss = C.P − S.P
Loss = Rs. 2500 − Rs. 2000
Loss = Rs. 500

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{\overset{20}{500}}{\underset{1}{2500}} \times \cancel{100}$$

Loss percentage = 20 %

b. C.P = Rs. 7,250

S.P = Rs. 6,000

We know that Loss $=$ C.P $-$ S.P

Loss $=$ Rs. 7250 $-$ Rs. 6000

Loss $=$ Rs. 1,250

Loss percentage $= \dfrac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$

$= \dfrac{1250}{7250} \times 100 = \dfrac{500}{29}$

Loss percentage $=$ 17.24 %

c. C.P = Rs. 565

Profit = Rs. 50

Profit percentage $= \dfrac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100$

$= \dfrac{50}{565} \times 100 = \dfrac{1000}{113}$

Hence Profit percentage $=$ 8.85%

d. C.P = Rs. 8,900

S.P = Rs. 12,450

We know that Profit $=$ S.P $-$ C.P

Profit $=$ Rs. 12,450 $-$ Rs. 8,900

Profit $=$ Rs. 3,550

Profit percentage $= \dfrac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100$

$= \dfrac{3550}{8900} \times 100 = \dfrac{3550}{89}$

Loss percentage $=$ 39.88 %

e.   S.P = Rs. 7,225
    C.P = Rs. 10,000

We know that Loss   =   C.P − S.P
             Loss   =   Rs.10000 − Rs. 7225
             Loss   =   Rs. 2775

Loss percentage = $\dfrac{2775}{10000}$ x 100

Loss percentage = $\dfrac{2775}{10000}$ x 100 = $\dfrac{2775}{100}$

Loss percentage = 27.75 %

f.   C.P = Rs. 18,000
    Loss = Rs. 600

Loss percentage = $\dfrac{Loss}{C.P}$ x 100

= $\dfrac{\overset{10}{600}}{\underset{3}{18000}}$ x 100 = $\dfrac{10}{3}$

Loss percentage = 3.33 %

g.   S.P = Rs. 10,250
    C.P = Rs. 14,250

We know that Loss   =   C.P − S.P
             Loss   =   Rs.14250 − Rs. 10250
             Loss   =   Rs. 4,000

Loss percentage = $\dfrac{4000}{14250}$ x 100

Loss percentage = $\dfrac{\overset{800}{4000}}{\underset{285 \; 57}{14250}}$ x $\overset{2}{100}$ = $\dfrac{1600}{57}$

Loss percentage = 28.1%

h. C.P = Rs. 18,000

Loss = Rs. 1,200

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{\overset{20}{\cancel{1200}}}{\underset{3}{\cancel{18000}}} \times \cancel{100} = \frac{20}{3}$$

Loss percentage = 6.66 %

i. C.P = Rs. 16,000

Loss = Rs. 4,000

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{\overset{100}{\cancel{4000}}}{\underset{4}{\cancel{16000}}} \times \cancel{100} = \frac{100}{4}$$

Loss percentage = 25 %

j. C.P = Rs. 2100

Loss = Rs. 900

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{\overset{300}{\cancel{900}}}{\underset{7}{\cancel{2100}}} \times \cancel{100} = \frac{300}{7}$$

Loss percentage = 42.86 %

k. C.P = Rs. 15,000

Loss = Rs. 3,000

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{\overset{20}{\cancel{3000}}}{\underset{1}{\cancel{15000}}} \times \cancel{100}$$

Loss percentage = 20 %

l. C.P = Rs. 700

S.P = Rs. 900

We know that Profit = S.P − C.P

Profit = Rs.900 − Rs. 700

Profit = Rs. 200

$$\text{Profit percentage} = \frac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{200}{\cancel{700}} \times \cancel{100} = \frac{200}{7}$$

Hence Profit percentage = 28.57 %

m. C.P = Rs. 670

Profit = Rs. 75

$$\frac{\text{Profit}}{\text{C.P}}$$

$$= \frac{75}{\cancel{670}} \times \cancel{100} = \frac{750}{67}$$

Hence Profit percentage = 11.19 %

n.   C.P = Rs. 485

      S.P = Rs. 678

We know that   Profit   =   S.P − C.P

                      Profit   =   Rs.678 − Rs. 485

                      Profit   =   Rs. 193

$$\text{Profit percentage} = \frac{193}{485} \times 100$$

$$= \frac{193}{\underset{97}{\cancel{485}}} \times \overset{20}{\cancel{100}} = \frac{3{,}860}{97}$$

Hence Profit percentage = 39.79 %

o.   C.P = Rs. 8,671

      S.P = Rs. 10,980

We know that   Profit   =   S.P − C.P

                      Profit   =   Rs.10980 − Rs. 8671

                      Profit   =   Rs. 2,309

$$\text{Profit percentage} = \frac{2309}{8671} \times 100$$

$$= \frac{2309}{8671} \times 100 = \frac{230900}{8671}$$

Hence Profit percentage = 26.63 %

p.   C.P = Rs. 2,250

      Loss = Rs. 800

$$\text{Loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$= \frac{\overset{160}{\cancel{800}}}{\underset{\underset{9}{\cancel{45}}}{\cancel{2250}}} \times \overset{2}{\cancel{100}} = \frac{320}{9}$$

Loss percentage = 35.55 %

Angles and Triangles

زاویے اور مثلثیں

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:

- define basic concept of angles and triangles.
- find and draw different angles.

When two rays start from a common point, they form an angle.

جب دو شعاعیں ایک مشترکہ نقطے سے شروع ہوتی ہوں تو وہ ایک زاویہ بناتی ہیں۔

In given figure, O is a common point of rays $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$, so it is vertex. OA is called initial arm and OB is called Terminal arm. We read this angle in two ways.
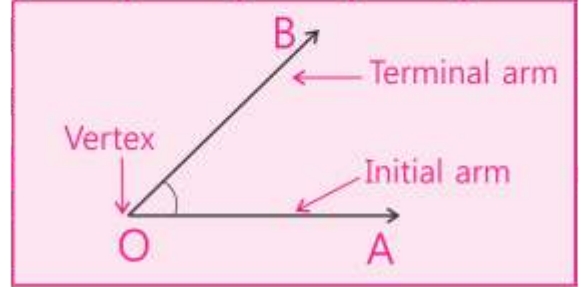
دی گئی شکل میں شعاع OA اور OB کا مشترک نقطہ O ہے۔ اس لیے یہ راس ہے۔ OA ابتدائی بازو اور OB آخری بازو کہلاتا ہے۔ اس زاویے کو ہم دو طرح سے پڑھتے ہیں۔

$$\angle AOB \quad \text{or} \quad \angle BOA$$

($\angle$ sign is called angle)   ($\angle$ کی علامت زاویہ کہلاتی ہے)

Angles are always measured from initial arm to terminal arm. The degree of an angle is represented by "^{o}" sign. Consider the given figure:

زاویے کی پیمائش ہمیشہ ابتدائی بازو سے آخری بازو کی طرف کی جاتی ہے۔ زاویے کی ڈگری کو "^{o}" کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ دی گئی شکل پر غور کریں۔

A protractor is used to measure the degree of an angle.

پروٹریکٹر زاویے کی ڈگری ماپنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

The given angle is 45°.

It is written as

$$m\angle AOB = 45°$$
$$\text{or} \quad m\angle BOA = 45°$$

دیا گیا زاویہ 45° کا ہے۔
اس کو لکھتے ہیں۔

1 Measure the given angles using protractor and write them below the figures.

دیے گئے زاویوں کی پروٹریکٹر استعمال کرتے ہوئے ماپیں اور انہیں اشکال کے نیچے لکھیں۔

a.

45°

b.

100°

c.

90°
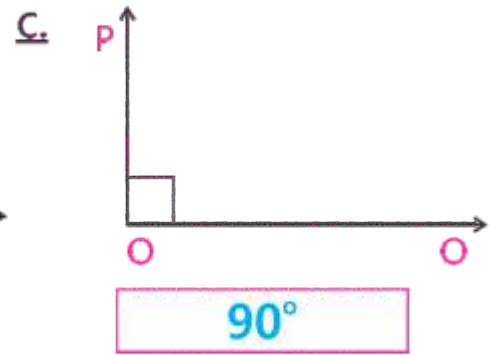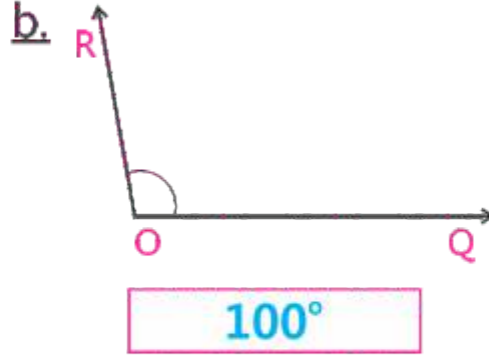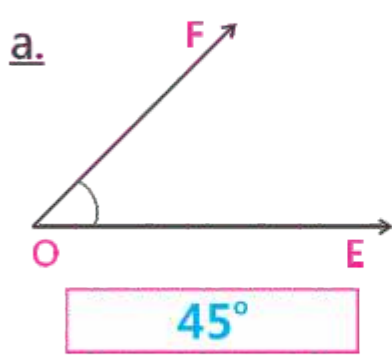
Types of Angles   زاویوں کی اقسام

There are many types of angles. :زاویوں کی بہت سی اقسام ہیں

➡ **Acute Angle:**

An angle less than 90° is called an acute angle. For example,

حادہ زاویہ:
90° سے کم زاویہ حادہ زاویہ کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر

$\angle ABC = 60°$

So it is an acute angle.

پس یہ ایک حادہ زاویہ ہے۔
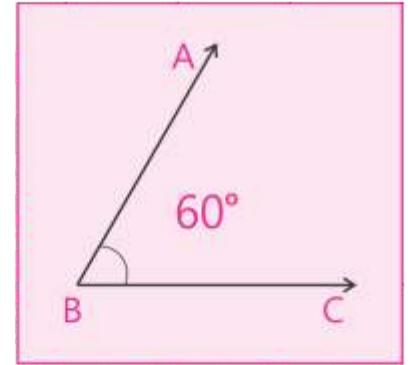
➡ **Right Angle:**

The angle of 90° is called a right angle.

قائمہ زاویہ
90° کا زاویہ قائمہ زاویہ کہلاتا ہے۔

$\angle XOY = 90°,$

so it is a right angle.

پس یہ ایک قائمہ زاویہ ہے۔
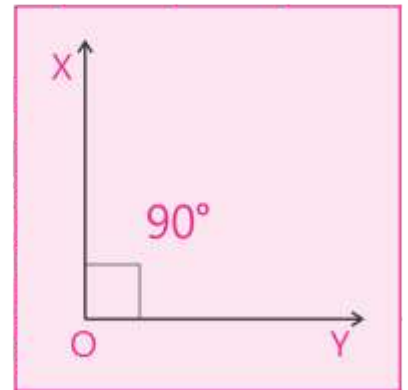
Obtuse Angle:

An angle which is less than 180° but greater than 90° is called obtuse angle. For example,

منفرجہ زاویہ:
ایک زاویہ جو 180° سے کم ہو لیکن 90° سے بڑا ہو منفرجہ زاویہ کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر

$$\angle BOC = 160°,$$

so it is an obtuse angle.　　پس یہ ایک منفرجہ زاویہ ہے۔

160°
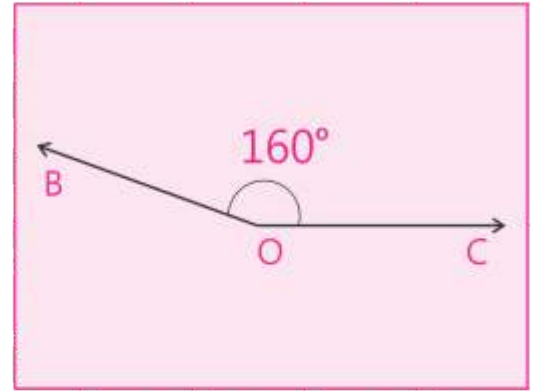
Straight Angle:

The angle of 180° is called straight angle.

مستقیم زاویہ:
180° کا زاویہ مستقیم زاویہ کہلاتا ہے۔

$$\angle \quad AOB = 180°,$$

so it is a straight angle.　　پس یہ ایک مستقیم زاویہ ہے۔

180°
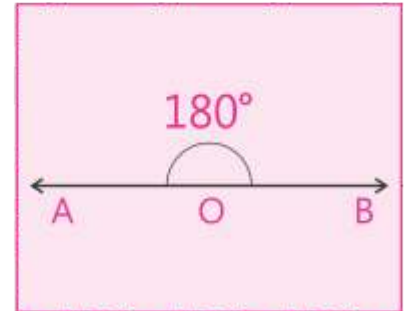
Reflex Angle:

A reflex angle is greater than 180° but less than 360°. For example,

عکسی زاویہ:
180° سے بڑا اور 360° سے چھوٹا زاویہ عکسی زاویہ کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر

$$\angle XYZ = 220°$$
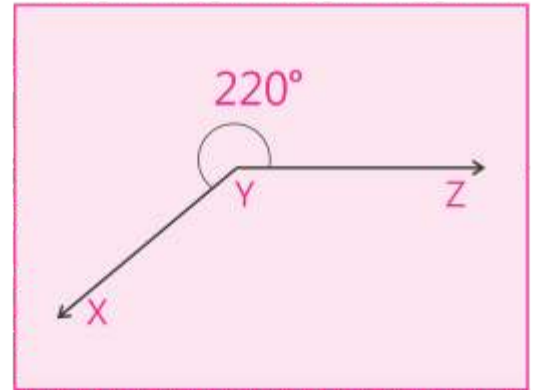
so it is a reflex angle.　　پس یہ ایک عکسی زاویہ ہے۔

220°

1 Measure the given angles and write their types below them.

دیے گئے زاویوں کی پیمائش کریں اور اُن کی اقسام اِن کے نیچے لکھیں۔
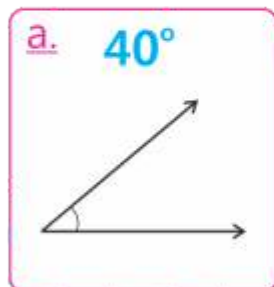
a. 40°

Acute Angle

b. 90°

Right Angle

c. 130°

Obtuse Angle

d. 180°

Straight Angle

e. 230°

Reflex Angle

Triangles مثلثیں
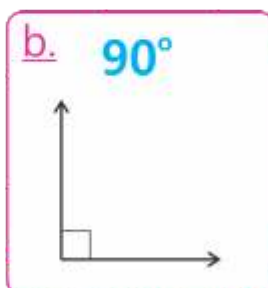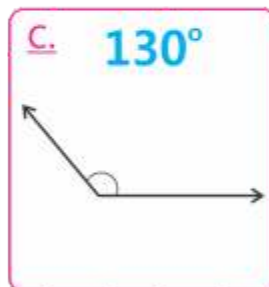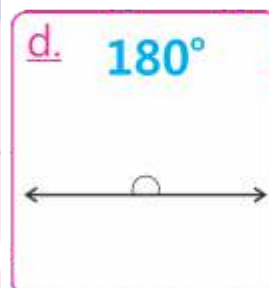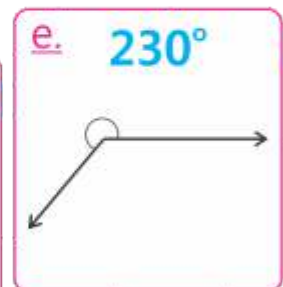
A three sided closed figure is called a triangle. تین اضلاع پر مشتمل بند شکل مثلث کہلاتی ہے۔

In the given figure AB, BC and CA are three sides while A, B and C are its three vertices.

△ABC, △BCA and △CAB are different names of triangle.
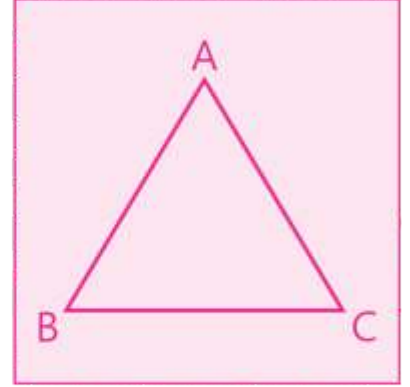
دی گئی شکل میں AB، BC اور CA تین اضلاع اور A، B اور C تین راس ہیں۔
△ABC، △BCA اور △CBA مثلث کے مختلف نام ہیں۔

Types of Triangle
(with respect to angles)
مثلث کی اقسام (بلحاظ زاویے)

(i) Acute angled triangle:

A triangle whose all three angles are acute (Less than 90°) is called an acute angled triangle.

حادیہ زاویہ مثلث:
ایسی مثلث جس کے تمام تینوں زاویے حادہ (90° سے کم) ہوں حادہ زاویہ مثلث کہلاتی ہے۔
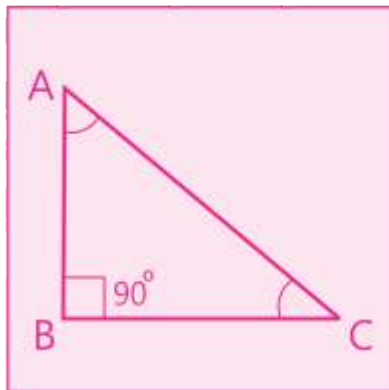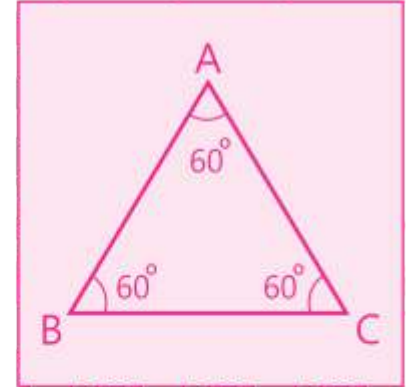
(ii) Right angled triangle:

A triangle in which one angle is of 90°, is called right angled triangle.

قائمة الزاویہ مثلث:
ایسی مثلث جس کا ایک زاویہ 90° کا ہو، قائمة الزاویہ مثلث کہلاتی ہے۔

(iii) Obtuse angled triangle:

A triangle in which one angle is greater than 90° but less than 180° is called obtuse angled triangle.

منفرجہ زاویہ مثلث:
ایسی مثلث جس کا ایک زاویہ °90 سے زیادہ ہو مگر °180 سے کم ہو، منفرجہ زاویہ مثلث کہلاتی ہے۔
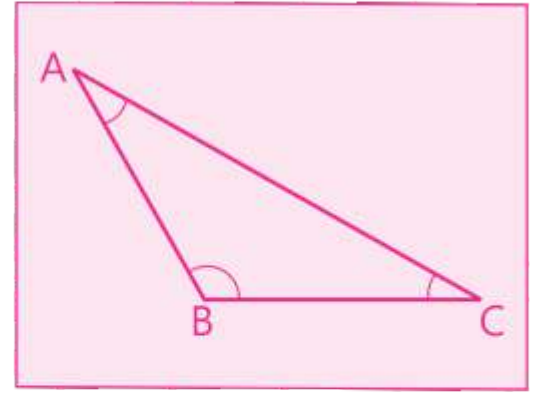
Note: Sum of three angles of a triangle is always 180°.

نوٹ : کسی بھی مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ °180 ہوتا ہے۔

(1) Measure the angles and then write down the name of triangles:

زاویوں کی پیمائش کریں اور مثلوں کے نام لکھیں۔

a.

E ⌐ 90° D
F

Right Angled Triangle:

b.

B C
A

Obtuse Angled Triangle

c.

X 60° 60° Z
60°
Y

Acute Angled Triangle
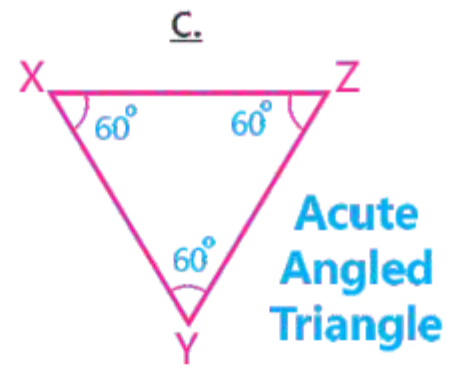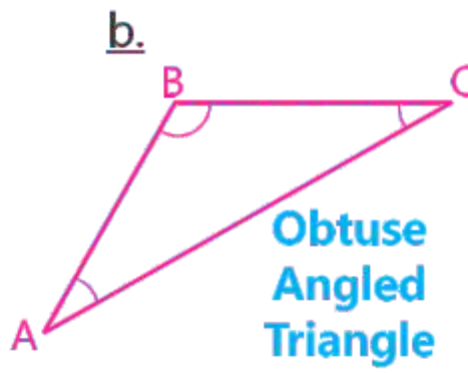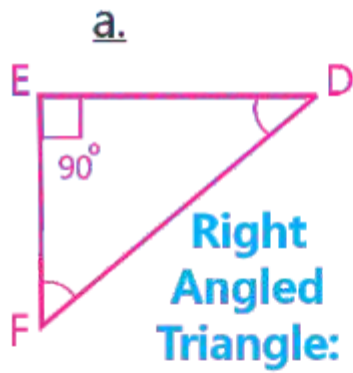
Types of Triangles
(with respect to sides)

مثلثوں کی اقسام
(بلحاظ اضلاع)

(i) Equilateral Triangle:

A triangle whose all sides are equal, is called an Equilateral Triangle.

ABC is an Equilateral Triangle because all of its three sides are equal.

A
4cm   4cm
B   4cm   C

متماثل الاضلاع مثلث:
ایک مثلث جس کے تمام اضلاع برابر ہوں، متماثل الاضلاع مثلث کہلاتی ہے۔
ABC ایک متماثل الاضلاع مثلث ہے کیونکہ اس کے تمام اضلاع برابر ہیں۔
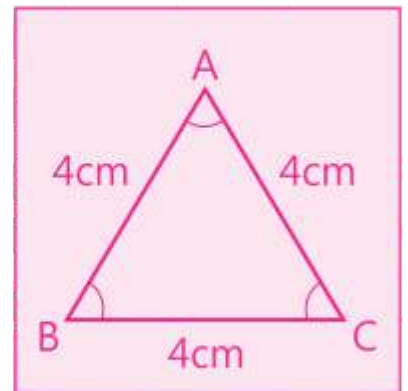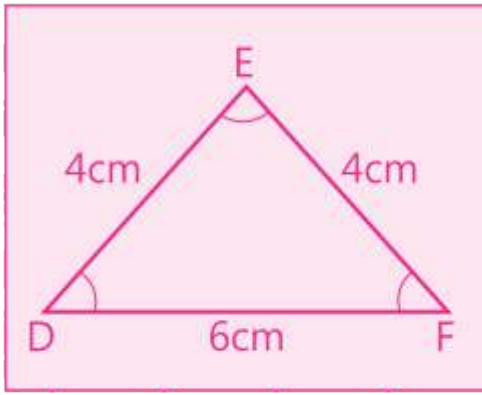
(ii) Isosceles Triangle:

A triangle whose any two sides are equal, is called an Isosceles Triangle.

△DEF is an Isosceles Triangle because two of its sides are equal.

متماثل الثاقین مثلث

ایک مثلث جس کے دو اضلاع برابر ہوں، متماثل الثاقین مثلث کہلاتی ہے۔

△ABC ایک مساوی الثاقین مثلث ہے کیونکہ اس کے دو اضلاع برابر ہیں۔

(iii) Scalene Triangle:

A triangle whose no side is equal to any other side, is called a Scalene Triangle.

△PQR is a scalene triangle because all of its three sides are different.
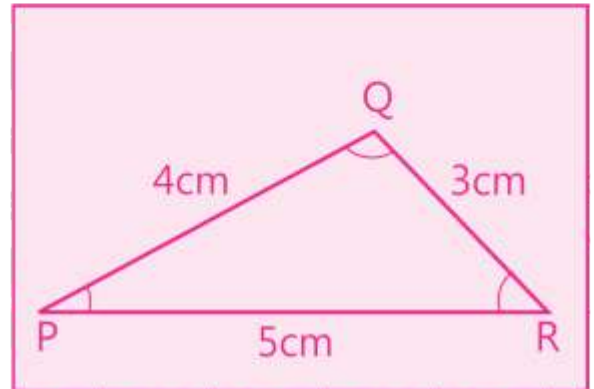
مختلف الاضلاع مثلث

ایسی مثلث جس کوئی ضلع دوسرے ضلع کے برابر نہ ہو مختلف الاضلاع مثلث کہلاتی ہے۔

△PQR ایک مختلف الاضلاع مثلث ہے کیونکہ اس کے تمام اضلاع مختلف ہیں۔

A S S E S S M E N T

1 Measure the following angles and write their measurement below each figure:

نیچے دیے گئے زاویوں کی پیمائش کریں اور شکل کے نیچے لکھیں۔

a.	b.	c.
75°	30°	110°
d.	**e.**	**f.**
90°	220°	180°

2. Draw the angles of the given measurement: دی گئی پیمائش کے زاویے بنائیں:

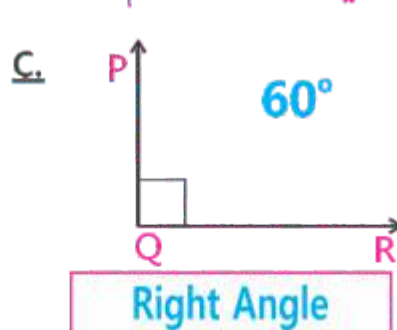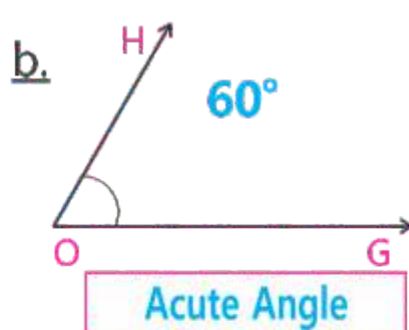**a.** 40°
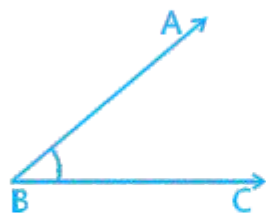
b. 60°
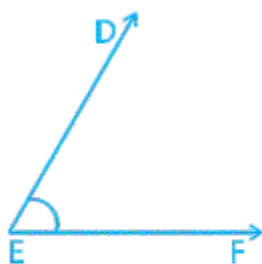
c. 90°
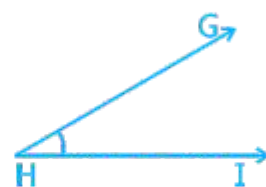
d. 110°
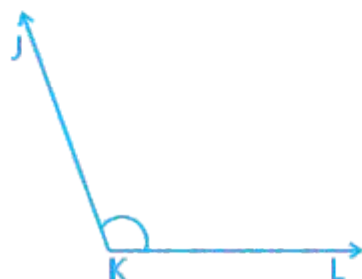
e. 150°
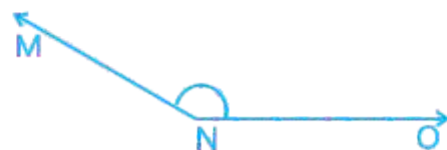
f. 180°

3. Write down the names of angles after measuring them.

زاویوں کی پیمائش کرکے ان کے نام لکھیں۔

a. 75°

Acute Angle

b. 60°

Acute Angle

c. 60°

Right Angle

d. 120°

Obtuse Angle

e. 140°

Obtuse Angle

f. 115°

Obtuse Angle

g. 220°

Reflex Angle

h. 180°

Straight Angle

61

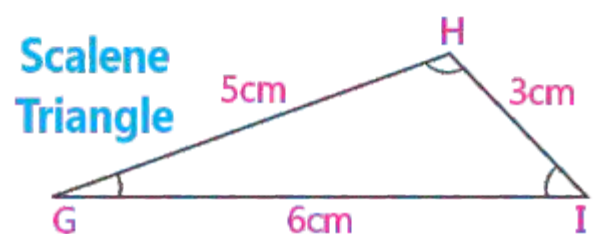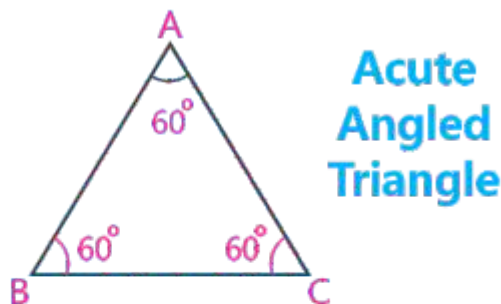**4** Write down the names of triangles with respect to sides.

a.

A

2cm   2cm   **Equilateral Triangle**

B   2cm   C

b.

E

4cm   4cm   **Isosceles Triangle**

D   6cm   F

c.

Scalene Triangle   H

4cm   3cm

G   5cm   I

d.

L

3cm   3cm   **Equilateral Triangle**

K   3cm   M

e.

T

3cm   3cm

Isosceles Triangle   S   5cm   U
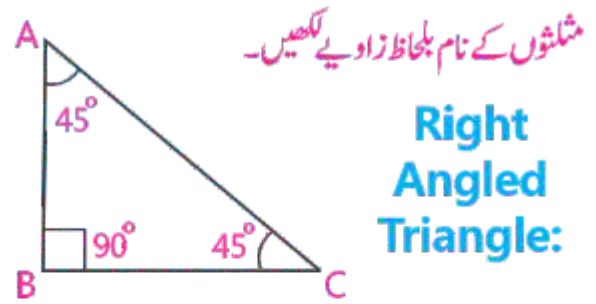
f.

Scalene Triangle   H

5cm   3cm

G   6cm   I

5 Write down the names of triangles with respect to angles:
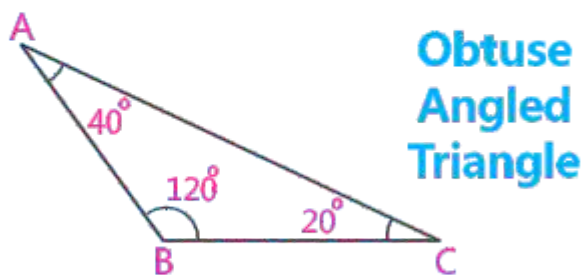
a.

A

60° **Acute Angled Triangle**

60° 60°

B   C

b.

A

45° **Right Angled Triangle:**

90° 45°

B   C

c.

A

40° **Obtuse Angled Triangle**

120° 20°

B   C

d.

A

100° **Obtuse Angled Triangle**

40° 40°

B   C

e.

A

90° **Right Angled Triangle:**

70° 20°

B   C

f.

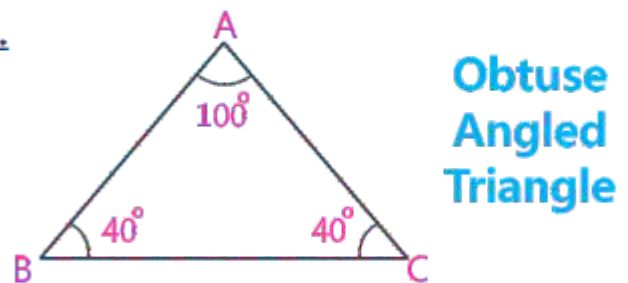A

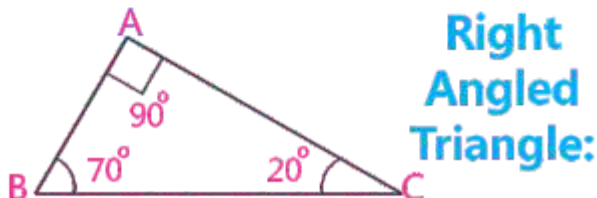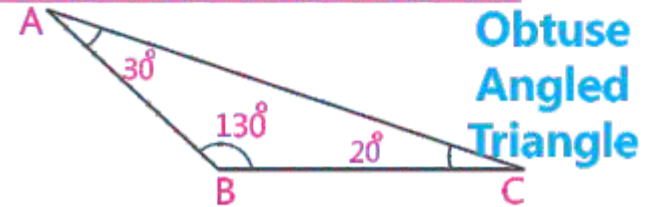30° **Obtuse Angled Triangle**

130° 20°

B   C

Area and Perimeter

رقبہ اور محیط

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- understand the concept of area and perimeter.
- find area and perimeter of different geometrical figures.
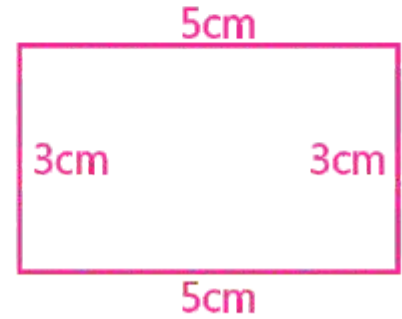
The sum of length of all sides of a closed figure is called its perimeter. کسی بند شکل کے تمام اضلاع کی لمبائی کا مجموعہ اس کا محیط کہلاتا ہے۔

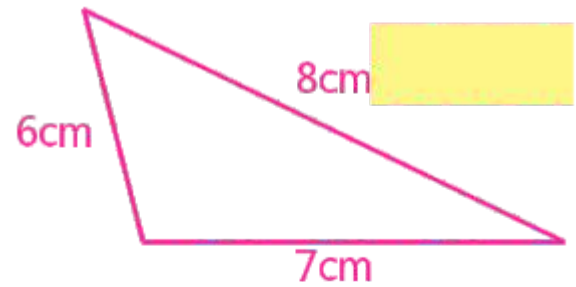The perimeter of the given figure is
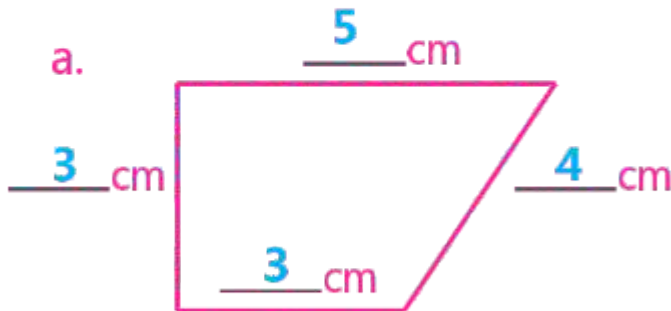
دی گئی شکل کا محیط ہے۔

5cm + 3cm + 5cm + 3cm = 16cm

The perimeter of a trianglular region can be found in the same way.

مثلث نما خطے کا محیط بھی اس طرح معلوم کیا جاسکتا ہے۔

Perimeter of given figure = دی گئی شکل کا محیط

= 6cm + 7cm + 8cm = 21cm

① Measure sides to find the perimeter.
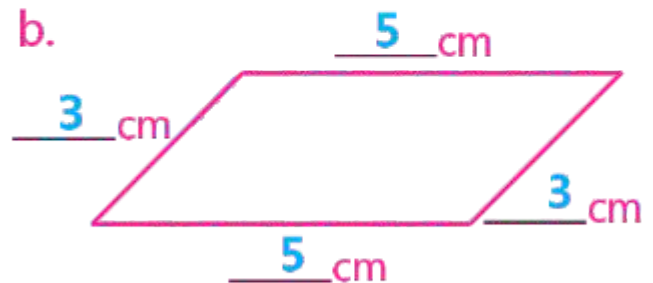
محیط معلوم کرنے کے لیے اضلاع کی پیمائش کریں۔

a.

5 cm

3 cm

3 cm

4 cm

Perimeter محیط

5 + 3 + 3 + 4 = 15 cm

b.

5 cm

3 cm

3 cm

5 cm

Perimeter محیط

3 + 3 + 5 + 5 = 16 cm

Look at the given figure: دی گئی شکل پر غور کریں:

The side AB has length 6cm. So we can write it as

ضلع AB کی لمبائی 6cm ہے۔ لہٰذا ہم اس کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\overline{AB} = 6cm$$

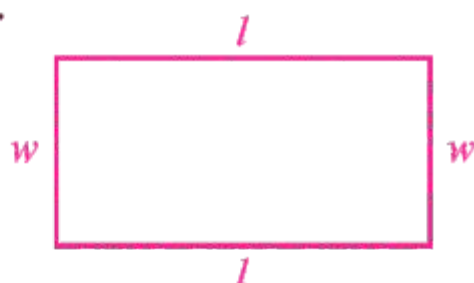Similarly $\overline{BC} = 3cm, \overline{CD} = 6cm$ and $\overline{DA} = 3cm$ اسی طرح

We can find the perimeter of this figure as: ہم اس شکل کا محیط معلوم کر سکتے ہیں:

$$\text{Perimeter} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$
$$= 6cm + 3cm + 6cm + 3cm$$
$$= 18\ cm$$

Perimeter of a rectangle or parallelogram can be found in term of formula.

کسی مستطیل یا متوازی الاضلاع کا محیط فارمولے سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

Here 'l' stands for length and 'w' stands for width.

یہاں سے 'l' مراد لمبائی اور 'w' سے مراد چوڑائی ہے۔

$$\text{Perimeter} = l + w + l + w$$
$$= 2l + 2w$$
$$= 2(l + w)$$

Example 1   Find the perimeter of the given figures using formula.

a.

4m
2m   2m
4m

فارمولے کی مدد سے دی گئی اشکال کا محیط معلوم کریں۔   **Solution:**
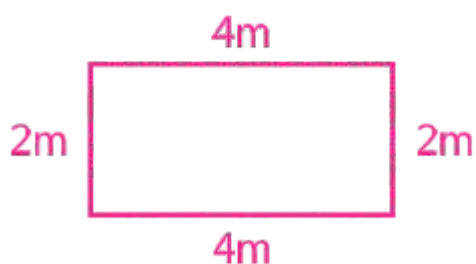
$$\text{Perimeter} = 2(l + w)$$
Here $l = 4cm$
and $w = 2cm$
Hence, perimeter $= 2(4 + 2)$
$$= 2(6) \qquad = 12\ cm$$

b.

4cm

3cm 3cm

4cm
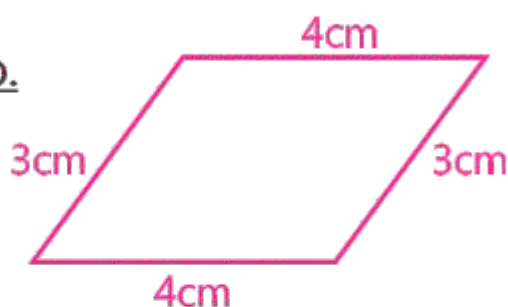
Perimeter = $2(l + w)$

Here $l = 4$ cm

and $w = 3$cm

Hence perimeter $= 2(4 + 3)$

$= 2(7) = 14$ cm

Example 2: A triangle has sides measuring 9cm, 10cm and 8cm. What is its perimeter?

کسی مثلث کے اضلاع کی پیمائش 9cm، 10cm اور 8cm ہے۔ اس کامحیط کیا بنتا ہے؟

Solution: Perimeter = Sum of all sides

1st side = 9 cm

2nd side = 10 cm

3rd side = 8 cm

Hence, perimeter = 9cm + 10cm + 8cm = 27cm

Example 3: The length and width of a white board in our classroom is 180 cm and 150 cm. Find its perimeter.

ہماری کلاس روم کے وائٹ بورڈ کی لمبائی اور چوڑائی 180 cm اور 150 cm ہے۔ اس کامحیط معلوم کریں۔

Solution: Perimeter $= 2(l + w)$

length (l) = 180 cm

width (w) = 150 cm

perimeter = 2 (180 + 150)

= 2 (330 cm) = 660 cm

Example 4: Find the perimeter of square with one side = 4 cm

مربع کے ایک ضلع 4 cm کی مدد سے اس کامحیط معلوم کریں۔

Solution: We know that square is a figure in which all four sides are equal. So if one side is 4cm then other three sides will also be of 4 cm length. ہم جانتے ہیں کہ یہ مربع کی شکل ہے جس کے تمام اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ تو اگر اس کا ایک ضلع 4cm ہے تو اس Hence the perimeter of square کے باقی تین اضلاع کی لمبائی بھی 4cm ہو گی۔ پس مربع کامحیط ہے۔

= 4cm + 4cm + 4cm + 4 cm = 16 cm

1. Find the perimeter of the given figure using formula:

فارمولا کی مدد سے دی گئی شکل کا محیط معلوم کریں۔

a.

7 cm

5 cm / 5m

Perimeter = 2(*l* + *w*)

= 2(7 + 5)

= 2(12)

= 24 cm

7 cm

b.

6 cm

4 cm / 4 cm

Perimeter = 2(*l* + *w*)

= 2(6 + 4)

= 2(10)

= 20 cm

6 cm

c. 1 cm

8 cm

1 cm

8 cm

Perimeter = 2(*l* + *w*)

= 2(8 + 1)

= 2(9)

= 18 cm

d. 2 cm

10 cm

2 cm

10 cm

Perimeter = 2(*l* + *w*)

= 2(10 + 2)

= 2(12)

= 24 cm

d. 2 cm

15 cm

2 cm

15 cm

Perimeter = 2(*l* + *w*)

= 2(15 + 2)

= 2(30)

= 60 cm
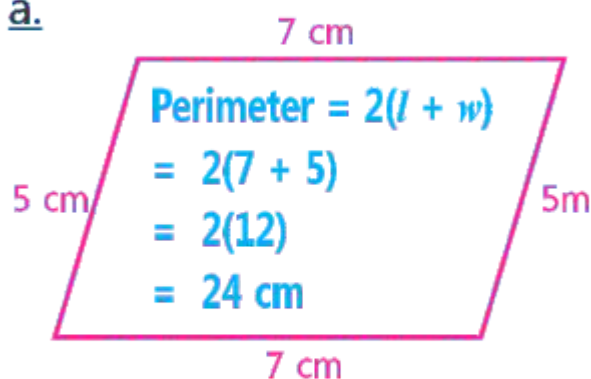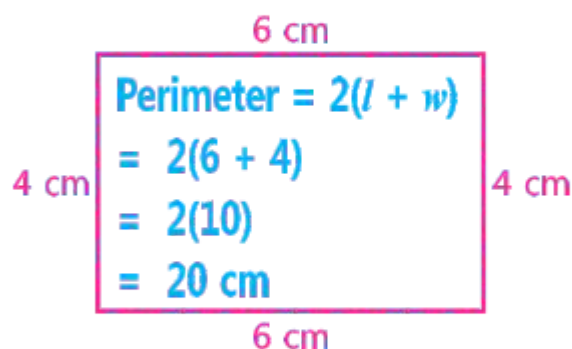
1 Measure the sides of the given figures and write them at proper places.

دی گئی اشکال کے اضلاع کی پیمائش کریں اور مناسب جگہوں پر لکھیں۔

a.

5 cm

3 cm 3 cm

5 cm

b.

4 cm

2 cm 2 cm

4 cm

c.

3 cm

5.5 cm

5 cm

d.

4 cm

2 cm

4.5 cm

e.

5 cm

3 cm

3.5 cm

3 cm

f.

6 cm
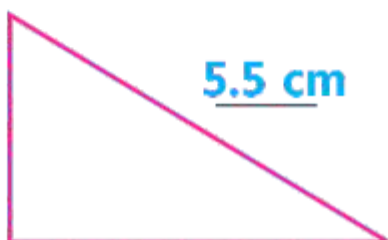
2 cm 2 cm

6 cm

g.

2 cm 2 cm

3 cm 3 cm

h.

5 cm
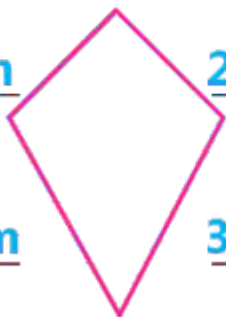
2.8 cm

2.8 cm

5 cm

2 Find perimeters of the given figures.

دی گئی اشکال کے محیط معلوم کریں۔

a.
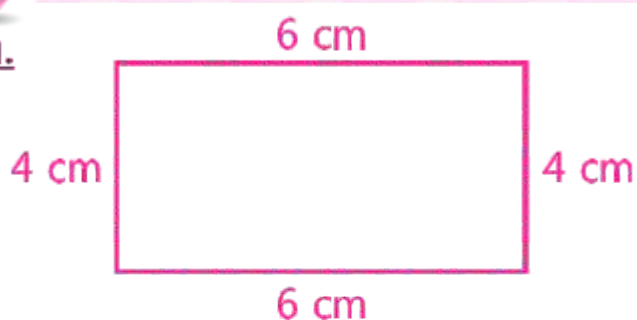
6 cm

4 cm   4 cm

6 cm

Perimeter $\boxed{4 + 6 + 4 + 6 = 20}$

b.
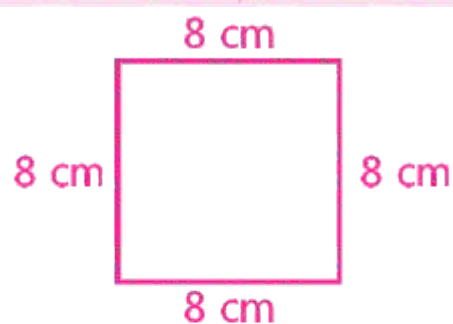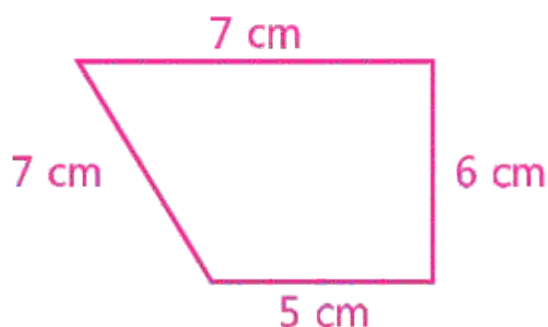
8 cm

8 cm   8 cm

8 cm

Perimeter $\boxed{8 + 8 + 8 + 8 = 32}$

c.

7 cm

7 cm   6 cm

5 cm

Perimeter $\boxed{7 + 7 + 5 + 6 = 25}$

d.

3 cm

4 cm   4 cm

8 cm

Perimeter $\boxed{3 + 4 + 8 + 4 = 19}$

e.

7 cm   4 cm

10 cm

Perimeter $\boxed{7 + 10 + 4 = 21}$

f.

8 cm

4 cm

8 cm

Perimeter $\boxed{4 + 8 + 8 = 20}$

g.

8 cm

5 cm   1 cm
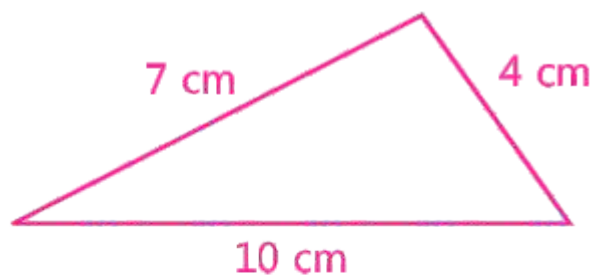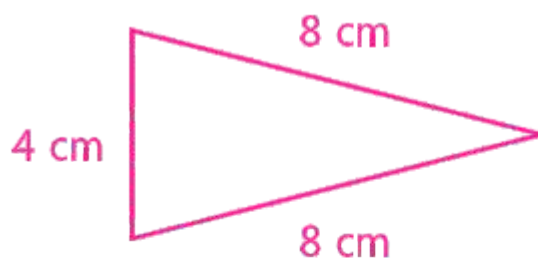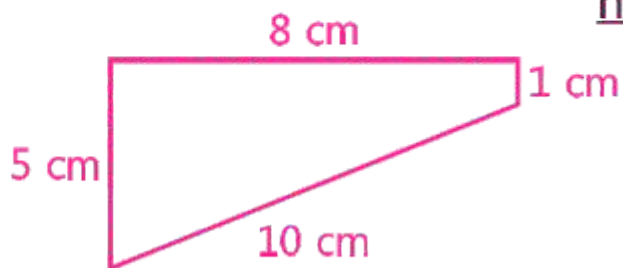
10 cm

Perimeter $\boxed{8 + 5 + 10 + 1 = 24}$

h.

5 cm

3 cm

6 cm

7 cm
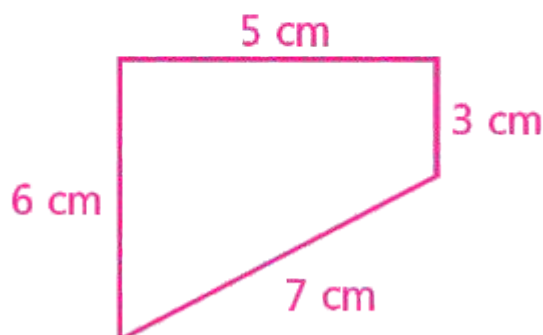
Perimeter $\boxed{5 + 6 + 7 + 3 = 21}$
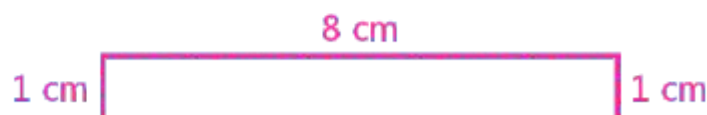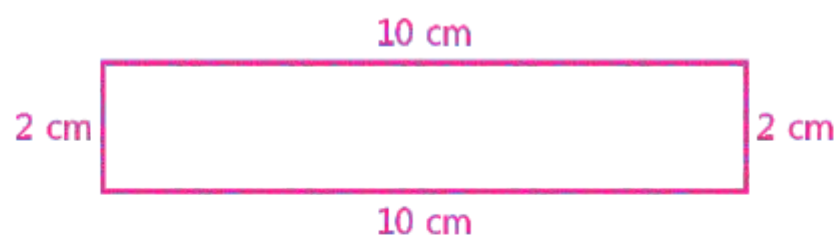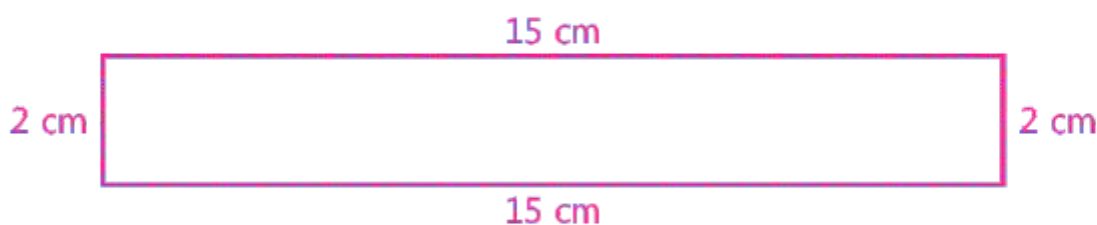
3 Find perimeters of rectangles using the formula:

<div dir="rtl">فارمولے کی مدد سے مستطیل کا محیط معلوم کریں۔</div>

a. $l = 5$ cm
   $w = 4$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 5 cm
and w = 4 cm
perimeter = 2(5 + 4)
           = 2(9)   = 18 cm

b. $l = 8$ cm
   $w = 4$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 8 cm
and w = 4 cm
perimeter = 2(8 + 4)
           = 2(12)   = 24 cm

c. $l = 10$ cm
   $w = 3$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 10 cm
and w = 3 cm
perimeter = 2(10 + 3)
           = 2(13)   = 26 cm

d. $l = 9$ cm
   $w = 13$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 9 cm
and w = 13 cm
perimeter = 2(9 + 13)
           = 2(22)   = 44 cm

e. $l = 9$ cm
   $w = 11$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 9 cm
and w = 11 cm
perimeter = 2(9 + 11)
           = 2(20)   = 40 cm

f. $l = 6$ cm
   $w = 6.5$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 6 cm
and w = 6.5 cm
perimeter = 2(6 + 6.5)
           = 2(12.5) = 25 cm

g. $l = 7.5$ cm
   $w = 4$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 7.5 cm
and w = 4 cm
perimeter = 2(7.5 + 4)
           = 2(11.5) = 23 cm

h. $l = 8.5$ cm
   $w = 3$ cm

Perimeter = $2(l + w)$
Here l = 8.5 cm
and w = 3 cm
perimeter = 2(8.5 + 3)
           = 2(11.5) = 23 cm

Find area of the given figures: دی گئی اشکال کا رقبہ معلوم کریں۔

a.

5 cm

5 cm   5 cm

5 cm
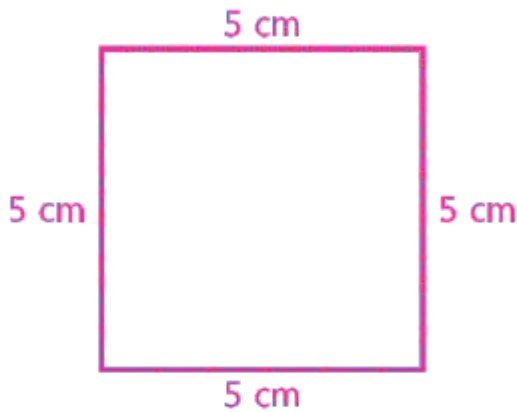
Area of square $= l \times l = l^2$

$= 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$

b.

6 cm

3 cm   3 cm

6 cm
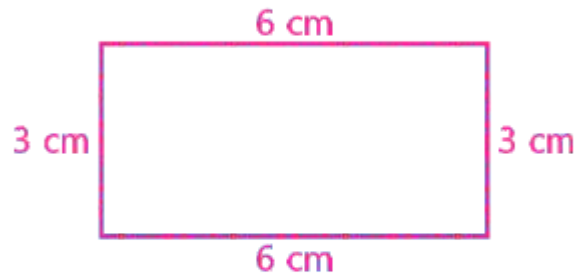
Area of rectangle $= l \times w = l^2$

$= 6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$

c.

8 cm

4 cm   4 cm

8 cm
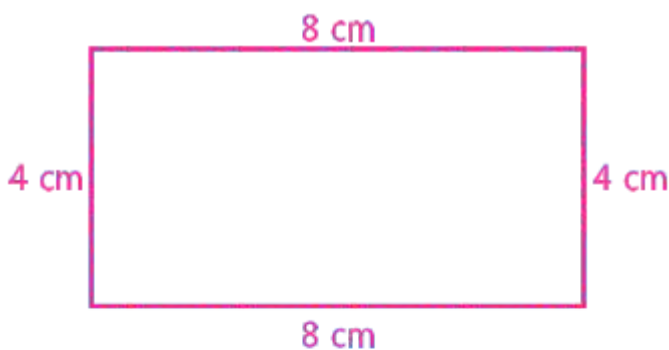
Area of rectangle $= l \times w = l^2$

$= 8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$

d.

6 cm

5 cm
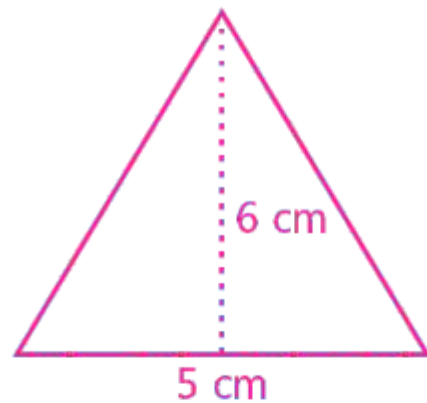
Area of triangle $= \dfrac{1}{2} \times (b \times h)$

$= \dfrac{1}{2} \times (5 \times 6)$

$= \dfrac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ cm}^2$

e.

3 cm

3 cm

f.

4.5 cm

9 cm
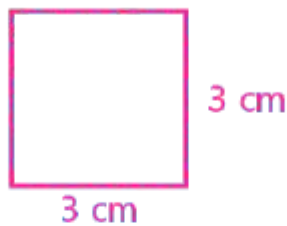
Area of square $= l \times l = l^2$

$= 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$

Area of rectangle $= l \times w = l^2$

$= 9 \times 4.5 = 40.5 \text{ cm}^2$

g.

4 cm

9.5

h.

6 cm

7.5 cm
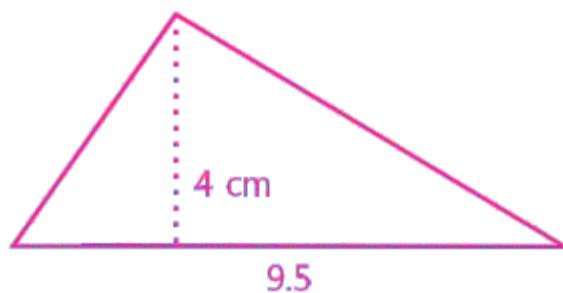
Area of triangle $= \frac{1}{2} \times (b \times h)$

$= \frac{1}{2} \times (9.5 \times 4)$

$= \frac{1}{2} \times 38 = 19 \text{ cm}^2$
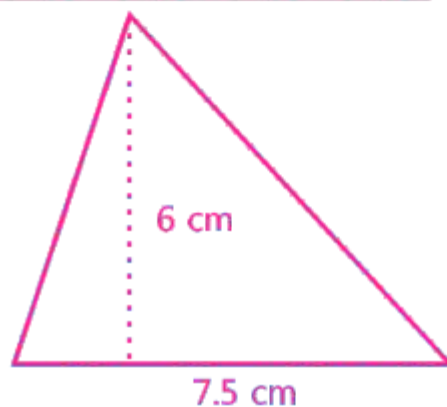
Area of triangle $= \frac{1}{2} \times (b \times h)$

$= \frac{1}{2} \times (7.5 \times 6)$

$= \frac{1}{2} \times 45 = 22.5 \text{ cm}^2$

5   A rectangular room is 21m long and 15m wide. Find the area of the room.

ایک مستطیل شکل کا کمرہ 21m لمبا اور 15m چوڑا ہے۔ کمرے کا رقبہ معلوم کریں۔

Area of room $= l \times w = l^2$

$= 21 \times 15 = 315 \text{ m}^2$

6 A plot is 18 m long and 8 m wide. What is the area of this plot?

<div dir="rtl">ایک پلاٹ 18m لمبا اور 8m چوڑا ہے۔ پلاٹ کا رقبہ کیا بنتا ہے؟</div>

$$\text{Area of plot} = l \times w = l^2$$
$$= 18 \times 8 = 144 \text{ m}^2$$

7 A triangle has height of 6.5cm and its base is 7cm. Find its area.

<div dir="rtl">ایک مثلث کی اونچائی 6.5cm اور اساس 7cm ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کریں۔</div>

$$\text{Area of triangle} = \frac{1}{2} \times (b \times h)$$

$$= \frac{1}{2} \times (7 \times 6.5)$$

$$= \frac{1}{2} \times 45.5 = 22.75 \text{ cm}^2$$

8 A rectangle has length 8cm and width 5cm, A square has one of its sides 6 cm long. Which shape has the greater area? What is the difference between their area?

<div dir="rtl">ایک مستطیل کی لمبائی 8cm اور چوڑائی 5cm ہے۔ ایک مربع جس کے اضلاع کی لمبائی 6cm ہے۔ کس شکل کا رقبہ زیادہ ہے؟ اُن کے رقبے میں کتنا فرق ہے؟</div>

$$\text{Area of rectangle} = l \times w = l^2 \qquad\qquad \text{Area of square} = l \times l = l^2$$
$$= 8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$$

Rectangle has the greater area.

Difference between their area: $40 - 36 = 4 \text{ cm}^2$

Unit

9

Information Handling

معلومات داری

Student's Learning Outcomes:

After studying this unit, students will be able to:
- represent the given data into useful information.
- draw different types of graphs.

Information handling is a branch of statistics which deals with the collection, analysis, explanation and presentation of data.

معلومات داری شماریات کی ایک شاخ ہے جو مواد اکٹھا کرنے، تجربہ کرنے، وضاحت کرنے اور اُسے ظاہر کرنے کے لیے کام کرتی ہے۔

Data مواد

A data is a set of informations and facts represented in the form of figures.

مواد معلومات اور حقائق کا ایسا سیٹ ہوتا ہے جس کو اعداد کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔

Presentation of Data مواد کا اظہار

A data is collected in raw form and it provides us information about individuals. Data in such form is called ungrouped data. After arranging the data for described information, it is called grouped data. For example a teacher collected the marks of 20 students in mathematics test.

مواد کو خام حالت میں اکٹھا کیا جاتا ہے جو افرد کے بارے میں معلومات فراہم کرتا ہے۔ ایسا مواد غیر گروہی کہلاتا ہے۔ دی گئی معلومات کے مطابق اس کو ترتیب دینے کے بعد یہ گروہی مواد کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک ٹیچر نے ریاضی کے ٹیسٹ میں 20 طلبہ کے حاصل کردہ نمبر اکٹھے کیے۔

30, 35, 10, 25, 46, 75, 95, 80, 70, 65, 55, 95, 74, 66, 30, 21, 26, 45, 50, 61

This is ungroup data. Now if we arrange it to represent information in groups, then it is called grouped data.

یہ غیر گروہی مواد ہے۔ اگر ہم معلومات ظاہر کرنے کے لیے اس کو گروہوں میں ترتیب دیں گے تو یہ گروہی مواد کہلاتا ہے۔

Number of students obtained marks from 10 to 40 = 7

طلبہ کی تعداد جنہوں نے نمبر حاصل کیے 10 سے 40 = 7

Number of students obtained marks from 41 to 70 = 8

<div dir="rtl">
طلبہ کی تعداد جنہوں نے نمبر حاصل کیے 41 سے 70 = 8
</div>

Number of students obtained marks from 71 to 100 = 5

<div dir="rtl">
طلبہ کی تعداد جنہوں نے نمبر حاصل کیے 71 سے 100 = 5
</div>

It can be seen that it is easier to visualize the given information, if given data is presented in grouped form. Now we arrange this data using a table:

<div dir="rtl">
ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دی گئی معلومات کے بارے میں ہم آسانی سے سوچ سکتے ہیں اگر یہ گروہی شکل میں دی گئی ہو۔ اب ہم اس مواد کو ایک ٹیبل کی مدد سے ترتیب دیتے ہیں۔
</div>

Groups	Marks	Tally Marks	No. of Students
11 – 40	30, 35, 10, 25, 30, 21, 26	ⅢⅢ II	7
41 – 70	46, 70, 65, 55, 66, 45, 50, 61	ⅢⅢ III	8
71 – 100	75, 95, 80, 95, 74	ⅢⅢ	5

The method used in this table is called tally method. We draw a single line 'I' for displaying marks (value), 'II' lines means 2 values, 'III' means 3 values and so on. If we want to represent 5 values, we shall use 4 straight lines and a cross line, like 'ⅢⅢ' means five values.

<div dir="rtl">
اس ٹیبل میں جو طریقہ استعمال ہوا ہے اس کو ٹیلی کرنے کا طریقہ کہتے ہیں۔ ایک رقم کو ظاہر کرنے کے لیے ہم ایک لائن: "I" لگاتے ہیں۔ "II" لائنیں لگانے کا مطلب 2 رقمیں ظاہر کرنا، "III" کا مطلب تین رقمیں اور اس طرح بڑھاتے جاتے ہیں۔ اگر ہم 5 رقمیں ظاہر کرنا چاہتے ہیں تو ہم 4 لائنیں کا استعمال کریں گے اور ایک لائن جو ان کو مقطع کرے گی جیسے "ⅢⅢ" جس کا مطلب 5 رقمیں ہے۔
</div>

Activity:

(1) Draw a tally table for the favourite fruits of students of class 4.

<div dir="rtl">
جماعت چہارم کے طلبہ کے پسندیدہ پھلوں کے لیے ٹیلی ٹیبل بنائیں۔
</div>

mango, mango, apple, melon, water-melon, grapes, mango, mango, grapes, melon, apple , apple, banana, banana, banana, mango, mango, apple, water-melon, melon, apple banana, apple melon mango, mango.

Solution:

Fruits پھل	Tally Marks ٹیلی کا نشان	No. of Students طلبہ کی تعداد
Mango	ЖІ |||	8
Apple	ЖІ		6
Melon	||||	4
Banana	||||	4
Watermelon	||	2

Pie Graph پائی گراف

A graph in which data is represented by sector of a circle is called a pie graph.

ایسا گراف جس میں مواد کو ایک دائرے کے قطعہ کی شکل میں پیش کیا جائے پائی گراف کہلاتا ہے۔

We normally use a graph for comparison of data. In this graph we draw a circle of suitable radius and as we know a circle consists of 360°, divide it into sectors according to given values. It may look like as:
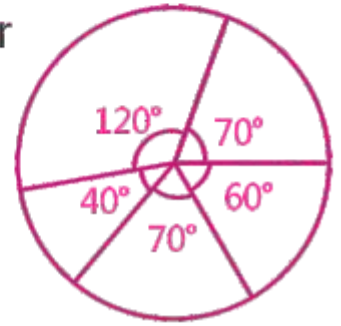
Let us starts with example:

ہم عموماً یہ گراف مواد کے باہم موازنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ اس گراف میں ہم مناسب رداس کا ایک دائرہ بناتے ہیں اور جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ دائرے میں 360° ہوتے ہیں۔ دی گئی رقموں کے مطابق اس کو قطعات میں تقسیم کرتے ہیں۔ یہ کچھ یوں نظر آتا ہے۔ آئیں ہم ایک مثال سے اِسے شروع کرتے ہیں۔

Example Read the following pie graph which is showing the favourite fruit of 900 boys.

درج ذیل پائی گراف کو پڑھیں جو 900 لڑکوں کے پسندیدہ پھل کو ظاہر کر رہا ہے۔
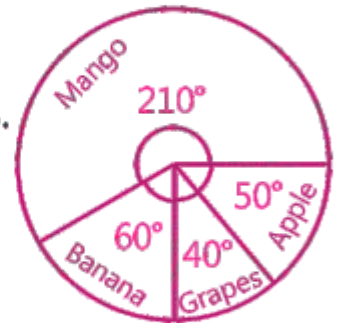
i. How many boys' favourite fruit is mango?

کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل آم ہے؟

ii. How many boys' favourite fruit is banana?

کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل کیلا ہے؟

iii. How many boys' favourite fruit is apple?

کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل سیب ہے؟

iv. How many boys' favourite fruit is grapes?

کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل انگور ہیں؟

Solution: We can find a quantity by the given angles. For this purpose, we use the following formula.

<div dir="rtl">دیے گئے زاویوں سے ہم تعداد معلوم کر سکتے ہیں۔ اس مقصد کے لیے ہم درج ذیل فارمولا استعمال کرتے ہیں۔</div>

$$\text{Required quantity} = \frac{\text{given angle}}{360} \times \text{total quantity}$$

i. $\quad$ Mango $\quad = \dfrac{\overset{\overset{35}{\cancel{210}}}{\cancel{360}}}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \overset{15}{\cancel{900}} \quad = \quad 35 \times 15 \quad = \quad 525 \text{ boys}$

ii. $\quad$ Banana $\quad = \dfrac{\overset{\overset{1}{\cancel{60}}}{\cancel{360}}}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \overset{150}{\cancel{900}} \quad = \quad 150 \text{ boys}$

iii. $\quad$ Apple $\quad = \dfrac{\overset{\overset{25}{\cancel{50}}}{\cancel{360}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \overset{5}{\cancel{900}} \quad = \quad 25 \times 5 \quad = \quad 125 \text{ boys}$

iv. $\quad$ Grapes $\quad = \dfrac{\overset{\overset{1}{\cancel{40}}}{\cancel{360}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} \times \overset{100}{\cancel{900}} \quad = \quad 100 \text{ boys}$

Bar Graph بار گراف

A graph in which data is represented by a number of rectangular bars is called a bar graph.

<div dir="rtl">ایسا گراف جس میں مواد کو مستطیلی بارز کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے بار گراف کہلاتا ہے۔</div>

A bar has specific width and equal distance from the other bars. We use two rays to draw a bar graph which are called axis and marking on axis is called its scale as shown in the given figure:

<div dir="rtl">بار کی چوڑائی اور اس کا دوسری بار سے فاصلہ مخصوص ہوتا ہے۔ ہم بار گراف بنانے کے لیے دو شعاعوں کا استعمال کرتے ہیں۔ جو ایکسز کہلاتی ہیں اور ایکسز پر لگے نمبر سکیل کہلاتے ہیں۔ جیسا کہ دی گئی شکل میں ظاہر ہے:</div>
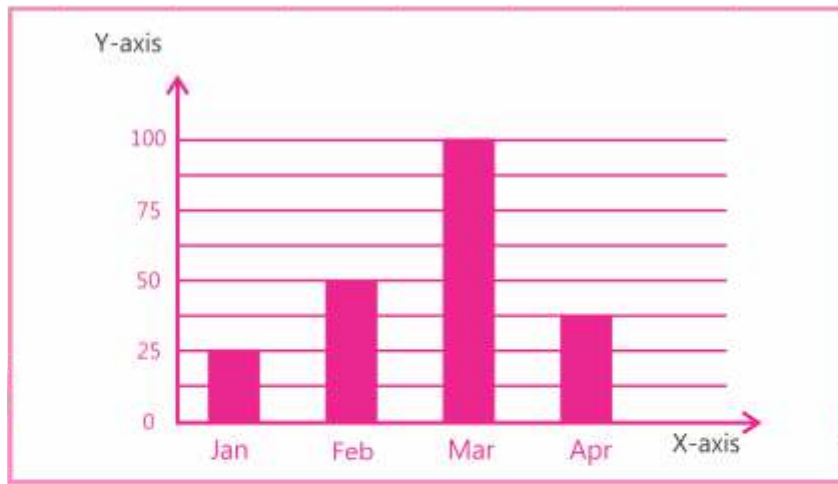
Reading the Bar Graph بارگراف پڑھنا

The above bar graph represents the marks obtained by Ahmad in four tests.

اوپر دیا گیا بارگراف احمد کے چار ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر ظاہر کرتا ہے۔

i.   In first test he scored 25 marks and it is his lowest score.

پہلے ٹیسٹ میں اُس کے 25 نمبر تھے اور یہ اُس کے کم ترین نمبر ہیں۔

ii.   In test 2 he scored 50 marks.

دوسرے ٹیسٹ میں 50 نمبر تھے۔

iii.   In test 3 he scored 100 marks.

تیسرے ٹیسٹ میں 100 نمبر تھے۔

iv.   In last test he scored marks between 25 and 50. Use your scale to measure value on a graph paper or simply add the two values and divide them by 2. i.e,

آخری ٹیسٹ میں اُس نے 20 سے 50 کے درمیان نمبر حاصل کیے۔ رقم جاننے کے لیے گراف پیپر پر سکیل استعمال کریں یا دور قموں کو جمع کر کے 2 سے تقسیم کر دیں یعنی

$$\frac{25 \ + \ 50}{2} \ = \ \frac{75}{2} \ = 37.5$$

Drawing of a Bar Graph بارگراف بنانا

Drawing of a bar graph is not very difficult. Here are the steps how to construct a bar graph.

بارگراف بنانا زیادہ مشکل نہیں ہوتا۔ کیسے بارگراف بناتے ہیں اُن کے مراحل یہ ہیں۔

i.   Carefully read given values and note the maximum and minimum values.

دی گئی رقموں کو دھیان سے دیکھیں اور سب سے زیادہ اور سب سے کم رقموں کو نوٹ کریں۔

ii.   According to these values draw a suitable scale.

<div dir="rtl">ان رقموں کے مطابق ایک مناسب سا سکیل بنائیں۔</div>

iii.   Now draw/plot value according to your scale.

<div dir="rtl">اب اپنے سکیل کے مطابق رقم بنا لیں۔</div>

Example   Farooq spent rupees on different days of week which are given in the form of a table.

<div dir="rtl">فاروق نے ہفتے کے مختلف دنوں میں روپے خرچ کے جو ٹیبل کی شکل میں نیچے دیے گئے ہیں۔</div>

Days	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
Rs.	600	450	500	400	250

By using above table, draw a bar graph.   اُوپر ٹیبل کی مدد سے بار گراف بنائیں۔

Solution: Here minimum and maximum values are 250 and 600, so we have to choose a scale which represents both these values and values between them.

<div dir="rtl">یہاں کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ رقم 250 اور 600 ہیں۔ اب ہمیں ایک سکیل چننا ہے جو ان دونوں رقوم اور اِن کے درمیان کی رقم کو ظاہر کرے۔</div>

i.   First draw two lines at right angle for X-axis and Y- axis.

<div dir="rtl">قائمہ زاویہ پر دو لائنیں x-axis اور y-axis کھینچیں۔</div>

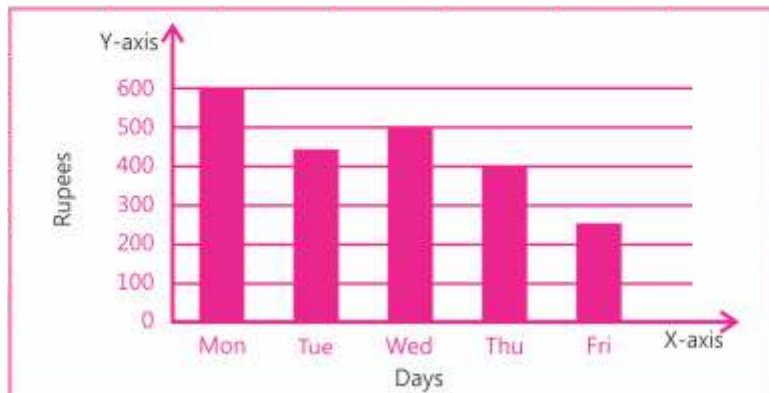ii.   On X-axis draw points of equal intervals for representing days in bars.   x-axis پر بارز میں دونوں کو ظاہر کرنے کے لیے برابر وقفوں پر نشان لگائیں۔

iii.   On Y-axix every gap between lines is equal to Rs.100

<div dir="rtl">y-axis پر ہر دو لائنوں کا درمیانی فاصلہ 100 کے برابر ہے۔</div>

iv.   Now, draw bars according to the given values.   اب دی گئی رقوم کے مطابق بار بنائیں۔

1 Read the given bar graph and answer the following questions:

<div dir="rtl">دیے گئے بار گراف کو پڑھیں اور درج ذیل سوالات کے جواب دیں۔</div>
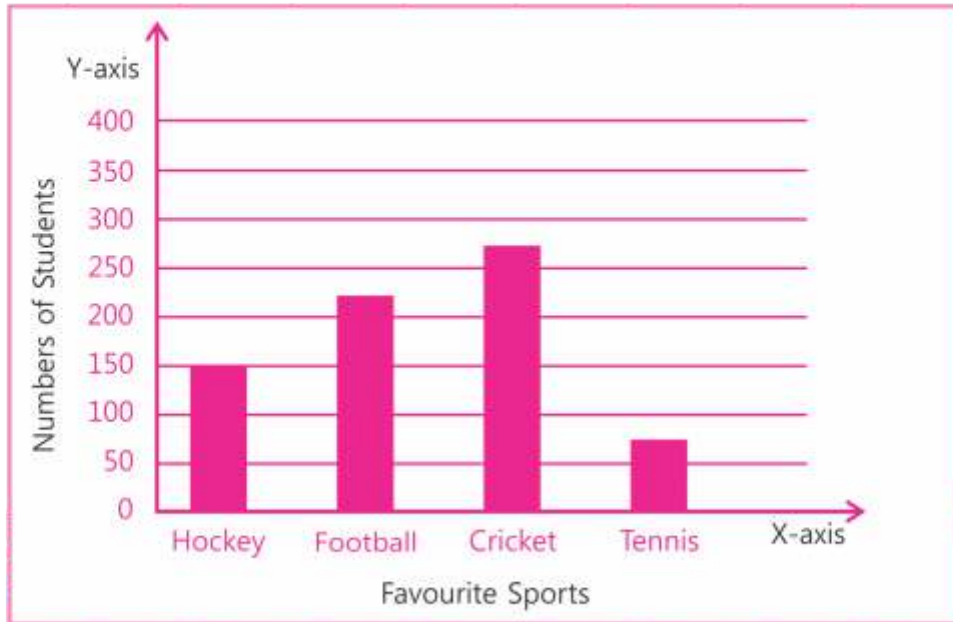
Questions:

i. Which sport is least favourite? __**Cricket**__ کون سا کھیل سب سے کم پسندیدہ ہے؟

ii. How many students like cricket? __**275**__ کتنے طلبہ کرکٹ پسند کرتے ہیں؟

iii. How many students like hockey and football? **150 + 225 = 375**
_____ کتنے طلبہ ہاکی اور فٹ بال پسند کرتے ہیں؟

iv. Calculate total number of students. __**725**__ کل طلبہ کی تعداد معلوم کریں۔

v. Calculate the difference between the students who like cricket
and tennis. **275 − 75 = 200** کرکٹ اور ٹینس پسند کرنے والے طلبہ کے درمیان فرق معلوم کریں۔

2 Aslam earned profit on different days of week, which is
given below in the form of a table.

<div dir="rtl">اسلم نے ہفتے کے مختلف دنوں میں جو منافع کمایا نیچے ٹیبل کی شکل میں دیا گیا ہے۔</div>

Days	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
Rs.	800	1300	900	600	700

By using data draw a bar graph.

<div dir="rtl">مواد کی مدد سے بار گراف بنائیں۔</div>
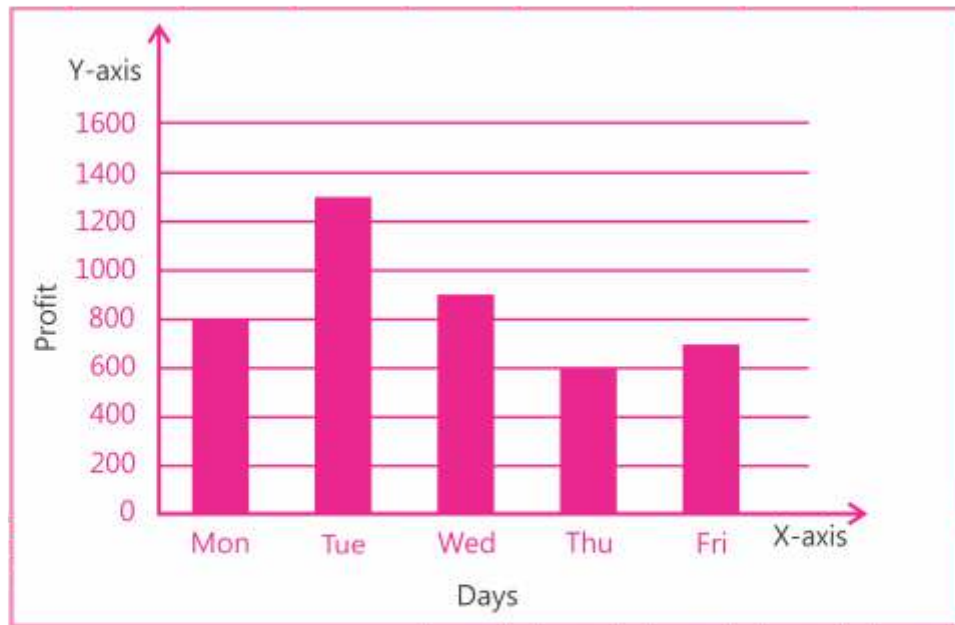
1 Represent the given data into table form using Tally method.
These are the marks of 20students in a maths test.

ٹیلی کے طریقے سے دیے گئے مواد کو ٹیبل کی شکل میں ظاہر کریں۔ یہ 20 طلبہ کے ریاضی کے ٹیسٹ میں حاصل کردہ نمبر ہیں۔

38, 40, 56, 70, 75, 94, 99, 20, 79, 67, 55, 81, 30, 16, 100, 10, 50, 60, 73, 67

Take first group 10 – 40, second group 41 – 70 and third group 71 – 100.

Groups	Marks	Tally Marks	No. of Students
10 – 40	10, 16, 20, 30, 38, 40	IIII I	6
41 – 70	50, 55, 56, 60, 67, 67, 70	IIII II	7
71 – 100	73, 75, 79, 81,94, 99, 100	IIII II	7

2 Use Tally marks to represent amount of rain in mm in a rainy season.

برسات میں mm میں ہونے والی بارش کو ٹیلی کے نشانوں سے ظاہر کریں۔

30, 60, 110, 90, 120, 60, 30, 15, 44, 45, 80, 37, 46, 67, 77, 79
40, 40, 80, 45, 88, 130, 110, 125, 90, 95, 70, 65, 60, 49
Make four groups of 1 – 35, 36 – 70, 71 – 105 and 106 – 140.

Groups	Marks	Tally Marks	No. of Students
1 – 35	15, 30, 30	III	3
36 –70	37, 40, 40, 44, 45, 45, 46, 49, 60, 60, 60, 65, 67, 70	IIII IIII IIII	14
71– 105	77, 79, 80, 80, 88, 90, 90, 95	IIII III	8
106 – 140	110, 110, 120, 125, 130	IIII	5

3 Heights of a class of 40 students are given in inches. Represent these values using Tally Method.

ایک جماعت کے 40 طلبہ کی اونچائی انچوں میں دی گئی ہے۔ ٹیلی کے طریقے سے ان رقوم کو ظاہر کریں۔

75, 71, 67, 64, 53, 48, 50, 54, 66, 63, 60, 49, 51, 53, 66, 70, 65, 65, 61, 54 , 54, 56, 50, 53, 61, 61, 56, 71, 75, 75, 74, 53, 46, 57, 58, 62, 61, 54, 53, 49.

Make five groups as 40-47, 48-55, 56-63, 64-71 and 72-79

Groups	Marks	Tally Marks	No. of Students
40 – 47	46	I	1
48 –55	48, 49, 49, 50, 50, 51, 53, 53, 53, 53, 53, 54, 54, 54, 54	IIII IIII IIII	15
56– 63	56, 56, 57, 58, 60, 61, 61, 61, 61, 62, 63	IIII IIII I	11
64 – 71	64, 65, 65, 66, 66, 67, 70, 71, 71	IIII IIII	9
72 – 79	74, 75, 75, 75	IIII	4

4 Read the following pie chart which is showing the favourite vegetables of 600 boys. نیچے دیا گیا پائی چارٹ پڑھیں جو 600 لڑکوں کی پسندیدہ سبزیاں ظاہر کر رہا ہے۔

i. How many boys ' favourite vegetable is cabbage?

کتنے لڑکوں کی پسندیدہ سبزی گوبھی ہے؟

$$= \frac{\overset{10}{\cancel{120}}}{\underset{3}{\cancel{360}}} \times \overset{20}{\cancel{600}} = 10 \times 20 = 200 \text{ boys}$$
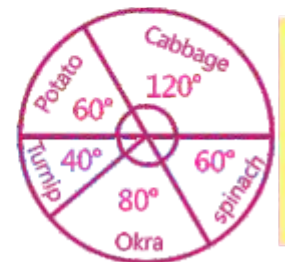
ii. How many boys ' favourite vegetable is okra?

کتنے لڑکوں کی پسندیدہ سبزی بھنڈی ہے؟

$$= \frac{\overset{27}{\cancel{81}}}{\underset{3}{\cancel{360}}} \times \overset{5}{\cancel{600}} = 27 \times 5 = 135 \text{ boys}$$

iii. How many boys ' favourite vegetable is spinach?

کتنے لڑکوں کی پسندیدہ سبزی پالک ہے؟

$$= \frac{\overset{20}{\cancel{60}}}{\underset{3}{\cancel{360}}} \times \overset{5}{\cancel{600}} = 20 \times 5 = 100 \text{ boys}$$

iv. How many boys ' favourite vegetable is potato? کتنے لڑکوں کی پسندیدہ سبزی آلو ہے؟

$$= \frac{\overset{20}{\cancel{60}}}{\underset{3}{\cancel{360}}} \times \overset{5}{\cancel{600}} = 20 \times 5 = 100 \text{ boys}$$

v. How many boys ' favourite vegetable is turnip? کتنے لڑکوں کی پسندیدہ سبزی شلجم ہے؟

$$= \frac{\overset{13}{\cancel{39}}}{\underset{3}{\cancel{360}}} \times \overset{5}{\cancel{600}} = 13 \times 5 = 65 \text{ boys}$$

⑤ This pie chart shows the liking of 720 students in school for different games. Answer the following questions.

یہ پائی چارٹ کسی اسکول کے 720 طلبہ کی مختلف کھیلوں کی پسندیدگی کو ظاہر کرتا ہے۔ درج ذیل سوالات کے جوابات دیں۔

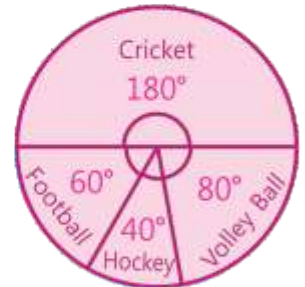i. In how many sectors pie graph is divided?

پائی گراف کو کتنے خطّوں میں تقسیم کیا گیا ہے؟

The pie graph is divided into 4 sectors.

ii. Which game is most popular and which is least?

سب سے زیادہ اور سب سے کم مشہور کھیل کون سا کھیل ہے؟

Cricket is the most popular and hockey is less popular game.

iii. How many students like to play football? کتنے طلبہ فٹ بال کھیلنا پسند کرتے ہیں۔

$$= \frac{60}{360} \times \overset{2}{\cancel{720}} = 60 \times 2 = 120 \text{ boys}$$

**iv.** How many students like to play hockey? کتنے طلبہ ہاکی کھیلنا پسند کرتے ہیں۔

$$= \frac{40}{360} \times \overset{2}{\cancel{720}} = 40 \times 2 = 80 \text{ boys}$$

v. How many students like to play cricket? کتنے طلبہ کرکٹ کھیلنا پسند کرتے ہیں۔

$$= \frac{180}{360} \times \overset{2}{\cancel{720}} = 180 \times 2 = 360 \text{ boys}$$

6 This bar graph shows the amount earned by Zahid in six days of week. Read the graph and answer the following questions.

یہ بار گراف زاہد کی ہفتے میں چھٹے دن کی کمائی ظاہر کرتا ہے۔ گراف پڑھیں اور درج ذیل سوالات کے جوابات دیں۔
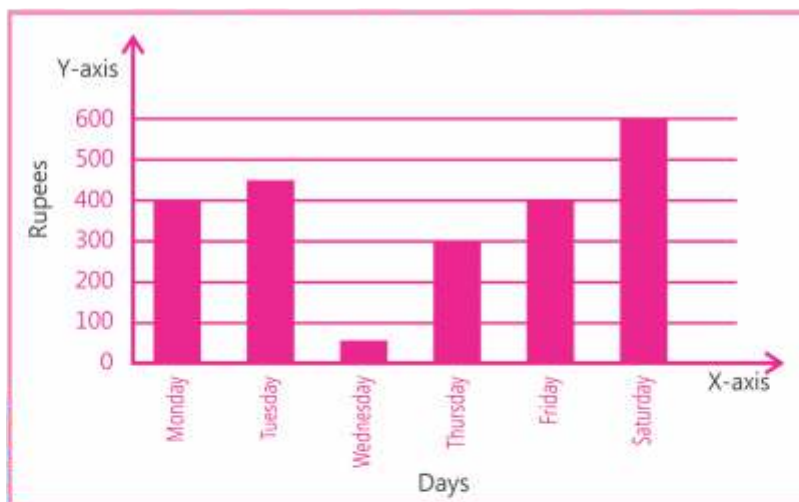
i. What total amount Zahid earned in 6 days?   =   **Rs. 2,200**

ii. In which day, did he earn maximum amount?   =   **Saturday**

iii. In which day, did he earn minimum amount?   =   **Wednesday**

iv. How much he earned in first 3 days of week?   =   **Rs. 900**

v. How much he earned in last 3 days of week?   =   **Rs. 1,300**

7 This bar graph shows the number of toys sold on Sunday at a toy shop. Read the graph and answer the following questions.

یہ بار گراف کسی کھلونوں کی دکان پر اتوار کو بکنے والے کھلونوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ گراف پڑھیں اور درج ذیل سوالات کے جواب دیں۔

i.   How many cars were sold?   =   **34**
ii. How many more buses were sold than bears?   =   **2 Busses**
iii. Which toy was sold the most?   =   **Balls**
iv. How many yo-yo were sold in all?   =   **9 yo-yo**
v.   Which toy did the shop-keeper sell the least?   =   **Bear**

8 Draw a bar graph using the following data:

نیچے دیے گئے مواد کی مدد سے بار گراف بنائیں۔

Month	Jan	Feb	Mar	April	May
Profit(Rs.)	9,000	6,500	4,000	10,000	8,000

9 Temperature (in centigrade) of some cities are given. Represent this information in bar graph:

کچھ شہروں کا درجہ حرارت (سینٹی گریڈ میں) دیا گیا ہے۔ معلومات کو بارگراف کی شکل میں ظاہر کریں۔

Cities	London	Otawa	Berlin	Tehran	Delhi
Temperature	4 °C	10 °C	12 °C	18 °C	20 °C